

# 皮带秤内力理论的创立与论证

南京赛摩三埃工控有限公司 盛伯湛

**【摘要】** 承载器类型无论是经典的称量台式还是输送机式皮带秤，在实际应用中都不能把测量原理中为获取累计总量所需的每一个基础参量值全部测准。有鉴于此，深入分析比较了两种承载器类型皮带秤各自的优势和困难，得出了：“无间断排列的多个称重单元阵列中，各称重单元相互之间的皮带张力为不影响称重的内力”的结论，由此创立了“内力理论”，并为成功研制出准确耐久的阵列皮带秤<sup>®</sup>奠定了理论基础。最后用“力的分解和合成法则”与“应变能原理”两种方法对“内力理论”给出了证明。

**【关键词】** 阵列皮带秤 内力理论 力的分解和合成 梁理论 应变能 最小位能原理

## 1. 引言

20 世纪初，美国 Merrick 公司制造出了与带式输送机相连并能对工作时段中所传输物料的累计总量连续称重的自动衡器。这是第一款利用机械装置测量物料线密度与传输速度并对它们实现乘积运算的皮带秤。20 世纪三四十年代，粘贴型纸基丝绕式电阻应变计以及在体积与功耗上较电子管有很大优势的晶体管相继发明，称重传感器和能够采集、放大、处理称重信号的实用电子仪表开始进入衡器领域，包括皮带秤在内的各类机械衡器被电子衡器逐步取代。之后几十年中，随着电子元器件的升级换代，皮带秤的电子仪表的性能也有所改观，同时电子装置引起的误差在整体误差中所占的比例也越来越小。

1966 年荷兰 Philips 公司推出了多托辊皮带秤，并认为其性能优于单托辊皮带秤，这一观点受到了业界的认可。此后流行的称量台型式，由最初的单杠杆单托辊式纷纷改为双杠杆双托辊式、双杠杆四（六）托辊式，后来又以直荷（悬浮）式取代杠杆式。这些改进使得电子皮带秤在标定时准确度有望优于 0.1%，然而标定时性能并不能在整个检定周期之内得到维持，使用中的自动称量误差很快就会增加到 1% ~ 2%，甚至远大于 5%。究其首要原因在于“皮带效应”的影响，而这跟皮带秤的输送机和承载器等机械部件息息相关。然而直到十来年前，皮带秤机械部件尤其承载器的型式一直没有重大的改进，皮带秤性能也就无法获得有效的实质性提升。

皮带秤的承载器有称量台式和输送机式两大类型。输送机式承载器型皮带秤的承载器是整台输送机，故而整条皮带也是属于承载器的一部分，皮带张力及所承载物料的重力都处于同一力系之中，因此皮带张力是不会干扰测重的内力，就好比站在秤台上的人是无法把自己提离秤面来改变秤（在读数稳定时）的示值是同样的道理。而称量台式承载器型皮带秤是会受皮带效应影响的。但是，输送机

式承载器型皮带秤，无论是悬臂式，还是悬挂式或台基式的实际使用效果，并不见得比称量台式承载器型皮带秤更为优越。

那么，上述两种承载器类型的皮带秤究竟各有什么优缺点呢？南京三埃对它们进行了深入的分析探索，并得出了“无间断排列的多个称重单元阵列中，各称重单元相互之间的皮带张力为不影响称重的内力”的结论，为成功研制出能够对它们取长补短的新型皮带秤——阵列皮带秤<sup>®</sup>奠定了理论基础。本文将从多个视角对“内力理论”进行证明，以飨读者。

## 2. 化解皮带秤测量原理应用中难题的“内力理论”

皮带秤的测量原理可以表达为：

$$m_{\Sigma} = \int_{T_1}^{T_2} \frac{m(t)v(t)}{L_w(t)} dt \quad (2.1)$$

可见想要准确测得称量过程经历的  $T_1 \sim T_2$  期间所输送物料的累计总量  $m_{\Sigma}$ ，首先在于要准确测量承载器上物料的瞬时质量  $m(t)$  与当时的铺展长度  $L_w(t)$ ，及物料在承载器上的即时速度  $v(t)$ 。

在把测量原理运用于实际中时，两种承载器类型的皮带秤有着各自的优势和困难。

皮带秤所输送和称量的物料是靠输送带传输的，而输送带必需具有足够的切向张力  $T$  才能够正常运行。然而由于难以完全避免相邻托辊之间的高度差和输送带的下垂， $T$  就会产生与重力方向一致的分量  $T_v$ ，若  $T_v$  是称重单元的外力就会干扰称重。

对于输送机式承载器型皮带秤， $T_v$  是承载器的内力，称重单元不会受到皮带效应的干扰，就有可能较准确地测得  $m(t)$ 。但是，这种类型皮带秤的机长会受到称重传感器测力构件尺寸的限制，一般都很短，而且被称物料输入和输出的位置都只能设于承载器之上。因此当供料设备释放出的物料刚落到输送带上就立即进入了称量区域，却因惯性而不能立即同皮带速度保持一致，承载器上物料的速度  $v(t)$  就测不准；还由于物料受瞬时流量波动的影响进入皮带秤的物料落点会忽前忽后变化，物料受块度、湿度、粘度等变化会在尾部滚筒周长的不同位置被抛离卸出，物料在承载器上的铺展总长度  $L_w(t)$  也就不能够被精确地测出来。因而难以获得准确的  $m_{\Sigma}$ 。

称量台式承载器型皮带秤的机长不受称重传感器测力构件尺寸的制约，物料在皮带秤输送机的落点与到达承载器所处位置的距离就有可能做得足够长，物料的速度在进入称重区域之前已达到同皮带一致，就有可能测得较为准确的  $v(t)$ ；而托辊间距是固定的，称量长度也就是固定的，承载器上的物料铺展长度  $L_w$  便是一个确定的常量。然而，这种类型皮带秤的承载器在输送机全长之中仅占据一小段，称量台前后的输送托辊所受到的皮带张力分量对于邻近的称重托辊是外力，就会干扰称重托辊对于  $m(t)$  的测量。因而也难以获得准确的  $m_{\Sigma}$ 。由于皮带张力分量的大小跟相邻托辊之间的高度差密切相关。经典理论认为，非准直度应实际控制在  $(0.3 \sim 0.5)$  mm 之内。然而实践告诉我们，想要长期保持这个准直度谈何容易！即使在现场安装时暂时做到了，但零件材料的应力时效、环境温

度引起的热胀冷缩、托辊与皮带的沾料积尘等等因素，都可能没过多久就把安装时的努力化为泡影。

传统类型皮带秤一般只设 1 个称重单元，与该单元前后相邻的其余托辊都是直接装配在输送机机架上的输送托辊，不在承载器之内；即使那些具有所谓“在线监测比对”功能的“双秤架”皮带秤，其 2 个称重单元之间也往往有输送托辊隔离开来。因此称量台会受到由相邻输送托辊传递过来的外力的影响。但当皮带秤的承载器由 3 个或更多个独立的称重单元不间断排布构成阵列时，作用于承载器的皮带张力，除了对于阵列出入口首末两组称重托辊是外力之外，对于该两组称重托辊中间的其他一系列称重托辊则是内力，不会影响阵列首末称重单元之外的其他单元的称重。这就是阵列皮带秤的“内力理论”。根据这一理论设计制造的阵列皮带秤兼收并蓄了输送机式和称量台式两种承载器类型的皮带秤优点，既能够消除大部分皮带效应的影响，又具备固定的称量长度并能够较准确地测得物料速度，从而最大限度地提高测量原理在实际运用中的保真度。

### 3. “内力理论”的证明

#### 3.1 皮带秤简化模型的设定

为了便于分析，假定论证对象为符合下列条件的模型：

- 1) 所分析皮带秤处于正常稳定运行状态，输送带无跑偏，故运动产生的横向载荷可忽略不计；
- 2) 输送带的进程面由许多托辊所支撑，作为支点的托辊的直径可以忽略不计，各相邻支点间的距离均为  $L$ ；
- 3) 输送带在沿其周长被施以足够的张力而张紧，张力是在皮带任意点上的一对方向相背的作用力，在称重托辊及其前后相邻输送托辊的区段张力可认为都等于  $T$ ；
- 4) 各托辊与皮带相切处跟它们共同的水平基准线距离不一定相等（即相邻托辊之间可能存在非准直度  $D_i$ ），从侧向看皮带可认为是若干段连续曲折的铰接梁，它们仍能传递张力  $T$ ；
- 5) 该铰接梁可认为是一根具有抗弯强度的无限长梁，该梁全长的弹性模量  $E$  与截面惯性矩  $I$  都保持不变；
- 6) 皮带秤所承载物料是均匀的，其线密度为  $q$ ，料重对于每个托辊施加的重力均为  $W$ ；
- 7) 物料的装入与卸出处离开称重托辊及其附近位置足够远，其影响可忽略不计。

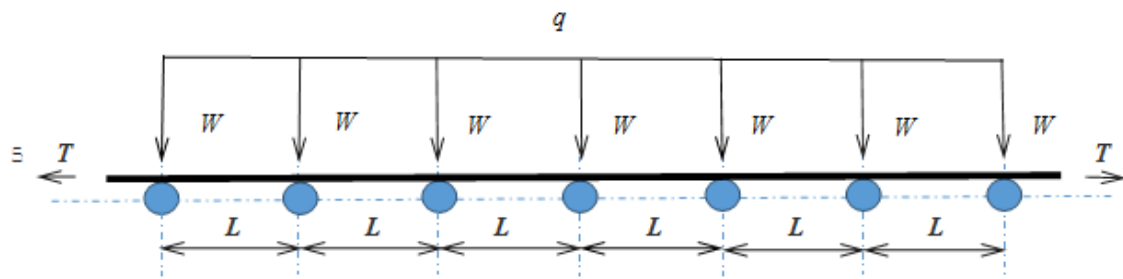


图 3.1 皮带秤简化模型图

### 3.2 采用力的分解和合成法则证明

#### 3.2.1 皮带张力竖直分量分析

皮带张力  $T$  是顺着皮带延伸方向的。当全部进程托辊与皮带的相切母线都处于同一水平面中时，相邻托辊之间的张力也呈水平方向，与竖直方向的物料重力正交，互不干扰。但当皮带张力  $T$  偏离水平方向时， $T$  就会产生竖直分量  $T_V$ 。

张力作用于物体时，在受力体的任意点呈现为一对大小相等、方向相背的力。当某托辊与其前、后方相邻托辊之间存在高度差（非准直度）时，会分别形成由该托辊所处位置指向前方的皮带张力  $T$  的竖直分量  $T_{Vi前}$  和指向后方的皮带张力  $T$  的竖直分量  $T_{Vi后}$ 。于是该托辊所处位置除了会受到物料重力的作用之外，还会受到  $T_{Vi前}$  和  $T_{Vi后}$  的合力  $\Sigma T_{Vi}$  的作用。

$$\begin{cases} \Sigma T_{Vi} = T_{Vi前} + T_{Vi后} = T \frac{D_{iF}}{L} + T \frac{D_{iR}}{L} \\ D_{iF} = h_i - h_{i-1} \\ D_{iR} = h_i - h_{i+1} \end{cases} \quad (3.1)$$

式中—  $D_{iF}$  为：第  $i$  号托辊与其前方相邻托辊之间的高度差， $D_{iR}$  为：该托辊与其后方相邻托辊之间的高度差， $h_i$  为：该托辊与皮带相切母线所处水平面跟各托辊下方的的共同基准水平面之间的距离， $h_{i-1}$ 、 $h_{i+1}$  分别为  $i$  号托辊前方和后方相邻托辊与皮带相切母线所处水平面跟各托辊下方的的共同基准水平面之间的距离。【按惯例约定：（1）力为正值时，方向朝下；为负值时，方向朝上。（2）某托辊高于相邻托辊时，对于此相邻托辊的非准直度为正值；低于相邻托辊时，为负值为负值。】

某托辊会因  $\Sigma T_V$  与物料的重力叠加，而使其所受到的总载荷增大或减小。

1) 当某托辊同时高于其前方和后方的相邻托辊时， $h_i - h_{i-1} > 0$  且  $h_i - h_{i+1} > 0$ ，即  $D_{iF}$  和  $D_{iR}$  均为正值， $\Sigma T_{Vi}$  方向朝下，使该托辊所受总载荷增大。

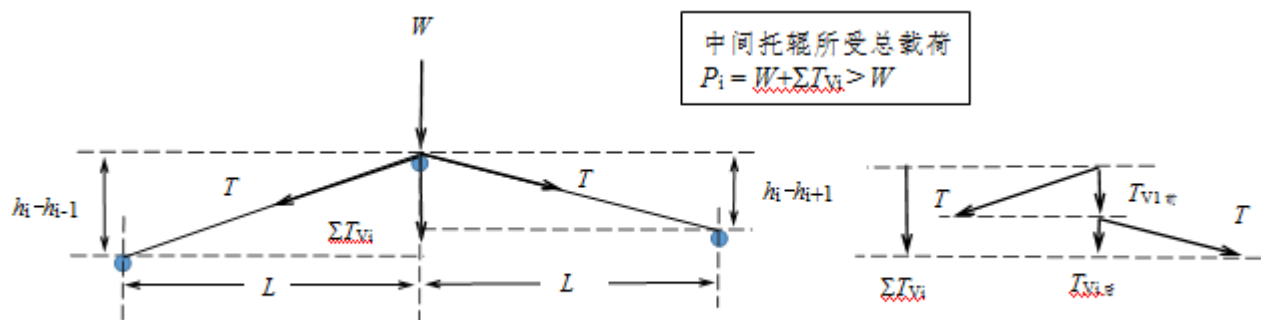


图 3.2(1) 同时高于前后相邻托辊时皮带张力分量示意图

2) 当某托辊同时低于其前方和后方的相邻托辊时,  $h_i - h_{i-1} < 0$  且  $h_i - h_{i+1} < 0$ , 即  $D_{iF}$  和  $D_{iR}$  均为负值,  $\Sigma T_{Vi}$  方向朝上, 使该托辊所受总载荷减小。

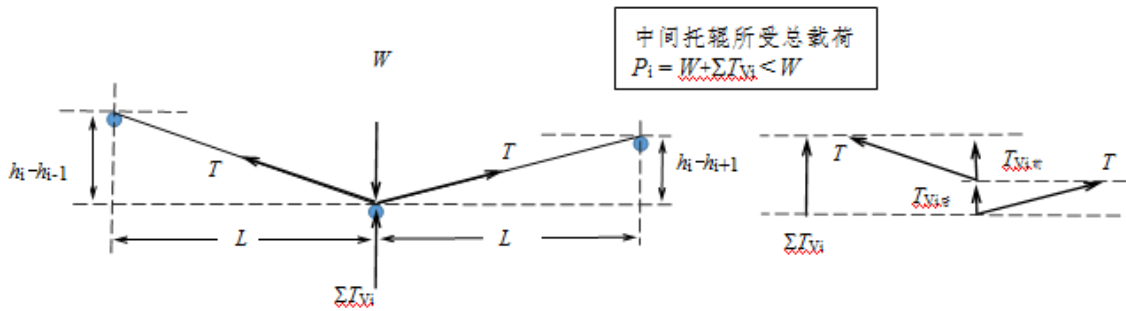


图 3.2(2) 同时低于前后相邻托辊时皮带张力分量示意图

3) 当某托辊的高度比其前后相邻托辊中的一个高、而另一个低时,  $D_{iF}$  和  $D_{iR}$  中一个为正值、另一个为负值, 当  $D_{iF} + D_{iR} > 0$  (或  $h_{i-1} + h_{i+1} < 2h_i$ ) 时,  $\Sigma T_{Vi}$  方向朝下, 该托辊所受总载荷增大; 当  $D_{iF} + D_{iR} < 0$  (或  $h_{i-1} + h_{i+1} > 2h_i$ ) 时,  $\Sigma T_{Vi}$  方向朝上, 该托辊所受总载荷减小。

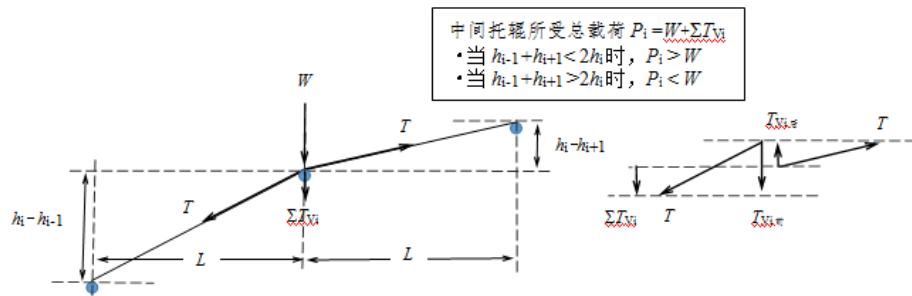


图 3.2(3) 位于前后两相邻托辊高度之间时皮带张力分量示意图

### 3.2.2 皮带张力垂直分量对称量台式皮带秤称重的影响

#### (1) 对单称量台式皮带秤的影响

设单称量台式皮带秤如图 3.3 所示, 其称重单元由  $N$  组称重托辊, 编号依次为 1、2、3…… $N$ 。位于称重托辊前后方的其余托辊均为输送托辊, 而 #0 为与称量台首端 #1 称重托辊相邻的输送托辊, # $N+1$  为与称量台末端 # $N$  称重托辊相邻的输送托辊。当该秤的称量长度内均匀分布了总重  $(N+1)W$  的散料时, 每组称重托辊上加载有  $W$  的料重。

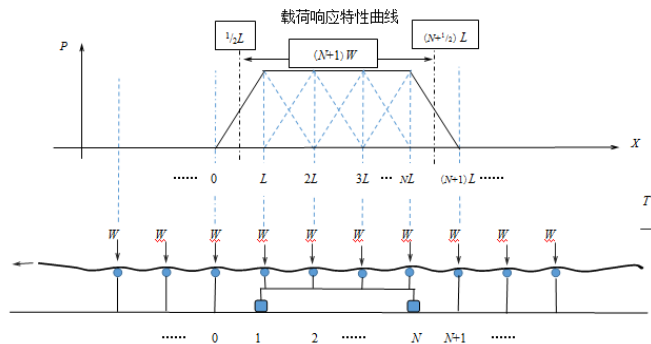


图 3.3 单称量台式皮带秤载荷图

由式 3.1 可知，多托辊皮带秤各称重托辊受到的皮带张力竖直分量总和为：

$$\begin{aligned} \Sigma T_{V \text{ 总}} &= \Sigma T_{V1} + \Sigma T_{V2} + \Sigma T_{V3} + \dots + \Sigma T_{N-1} + \Sigma T_{VN} \\ &= (T_{V1 \text{ 前}} + T_{V1 \text{ 后}}) + (T_{V2 \text{ 前}} + T_{V2 \text{ 后}}) + (T_{V3 \text{ 前}} + T_{V3 \text{ 后}}) + \dots + (T_{VN-1 \text{ 前}} + T_{VN-1 \text{ 后}}) + (T_{VN \text{ 前}} + T_{VN \text{ 后}}) \\ &= \frac{T}{L} [(h_1 - h_0 + h_1 - h_2) + (h_2 - h_1 + h_2 - h_3) + (h_3 - h_2 + h_3 - h_4) + \dots + (h_{N-1} - h_{N-2} + h_{N-1} - h_N) + (h_N - h_{N-1} + h_N - h_{N+1})] \\ &= \frac{T}{L} [(h_1 - h_0) + (h_N - h_{N+1})] = T_{V1 \text{ 前}} + T_{VN \text{ 后}} \end{aligned}$$

由此可见，单称量台多托辊皮带秤的称重传感器除了会受到  $(N+1)W$  的料重之外，还会额外受到其称量台首末两组称重托辊与其前后相邻的秤端输送托辊之间高度差所引起的两处皮带张力竖直分量总和的影响。

### (2) 对阵列式皮带秤的影响

设阵列皮带秤如图 3.3 所示，由  $N$  个不间断排列的双托辊单点悬浮平台独立称重单元组成，阵列中各单元的称重托辊编号依次为 1、2、3、4…… $2N$ 。位于称重托辊前后方的其余托辊均为输送托辊，其中与阵列首端 #1 称重托辊相邻的为 #0 输送托辊，与阵列末端 # $2N$  称重托辊相邻的为 # $2N+1$  输送托辊。在该阵列秤的称量长度内均匀分布了总重  $(2N+1)W$  的散料，即每组称重托辊上加载有  $W$  的料重。

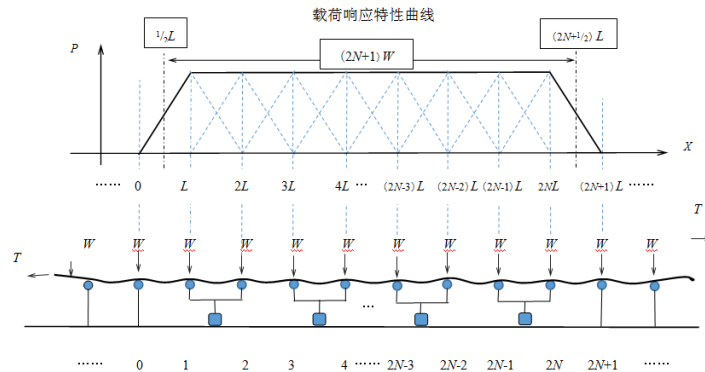


图 3.4 阵列皮带秤模型图

同样由式 3.1 可知，阵列皮带秤各称重托辊受到的皮带张力竖直分量总和为：

$$\begin{aligned} \Sigma T_{V \text{ 总}} &= \Sigma T_{V1} + \Sigma T_{V2} + \Sigma T_{V3} + \Sigma T_{V4} + \dots + \Sigma T_{V(2N-3)} + \Sigma T_{V(2N-2)} + \Sigma T_{V(2N-1)} + \Sigma T_{V2N} \\ &= (T_{V1 \text{ 前}} + T_{V1 \text{ 后}}) + (T_{V2 \text{ 前}} + T_{V2 \text{ 后}}) + (T_{V3 \text{ 前}} + T_{V3 \text{ 后}}) + (T_{V4 \text{ 前}} + T_{V4 \text{ 后}}) + \dots \\ &\quad + (T_{V2N-3 \text{ 前}} + T_{V2N-3 \text{ 后}}) + (T_{V2N-2 \text{ 前}} + T_{V2N-2 \text{ 后}}) + (T_{V2N-1 \text{ 前}} + T_{V2N-1 \text{ 后}}) + (T_{V2N \text{ 前}} + T_{V2N \text{ 后}}) \\ &= \frac{T}{L} [(h_1 - h_0 + h_1 - h_2) + (h_2 - h_1 + h_2 - h_3) + (h_3 - h_2 + h_3 - h_4) + (h_4 - h_3 + h_4 - h_5) + \dots \\ &\quad + (h_{2N-3} - h_{2N-4} + h_{2N-3} - h_{2N-2}) + (h_{2N-2} - h_{2N-3} + h_{2N-2} - h_{2N-1}) + (h_{2N-1} - h_{2N-2} + h_{2N-1} - h_{2N}) + (h_{2N} - h_{2N-1} + h_{2N} - h_{2N+1})] \end{aligned}$$

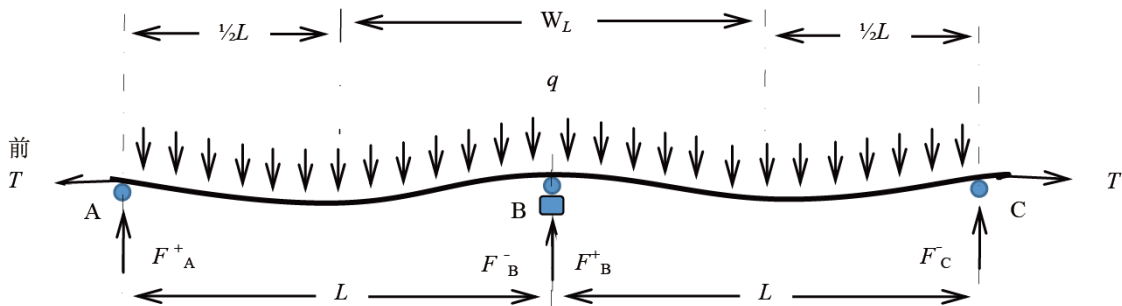
$$\begin{aligned}
&= \frac{T}{L} [(h_1 - h_0) + (h_{2N} - h_{2N+1})] \\
&= T_{V1前} + T_{V2N后}
\end{aligned}$$

由此可见，阵列皮带秤各称重托辊受到的皮带张力竖直分量总和，仅为称重单元阵列出入口的首末两组称重托辊与其前后相邻的秤端输送托辊之间高度差所引起的皮带张力竖直分量，而阵列内部其余称重托辊之间的高度差不会产生影响。由于阵列皮带秤设有多个独立称重单元，因此除了 #1 单元会受到 #1 称重托辊与 #0 输送托辊之间高度差产生的  $T_{V1前}$ ，以及 #N 单元会受到 #2N 称重托辊与 #(2N+1) 输送托辊之间高度差产生的  $T_{V2N后}$  影响之外，其余 (N-2) 个单元都不受影响，其上面的 2(N-2) 组称重托辊上面的总载荷仍保持 2(N-2)W 不变。换言之，相应的张力分量在该区段为内力。

### 3.3 运用应变能原理论证

#### 3.3.1 单托辊皮带秤误差模型的确立

单托辊皮带秤是最原始也是最简单的皮带秤，而一系列单托辊皮带秤连续串的载荷分布可以等效为阵列皮带秤的载荷分布。因此在分析非准直度对阵列皮带秤的影响时，首先从分析非准直度对单托辊皮带秤的影响入手。



$T$  — 输送带张力； $B$  — 称重托辊； $A$ 、 $C$  — 输送托辊； $L$  — 托辊间距； $W_L$  — 称量长度； $q$  — 物料线密度； $F_A^+$  — 托辊  $A$  在受  $AB$  段内载荷下的支反力； $F_B^-$  — 托辊  $B$  在受  $AB$  段内载荷下的支反力； $F_B^+$  — 托辊  $B$  在受  $BC$  段内载荷下的支反力； $F_C^-$  — 托辊  $C$  在受  $BC$  段内载荷下的支反力。

图 3.5 单托辊皮带秤载荷图

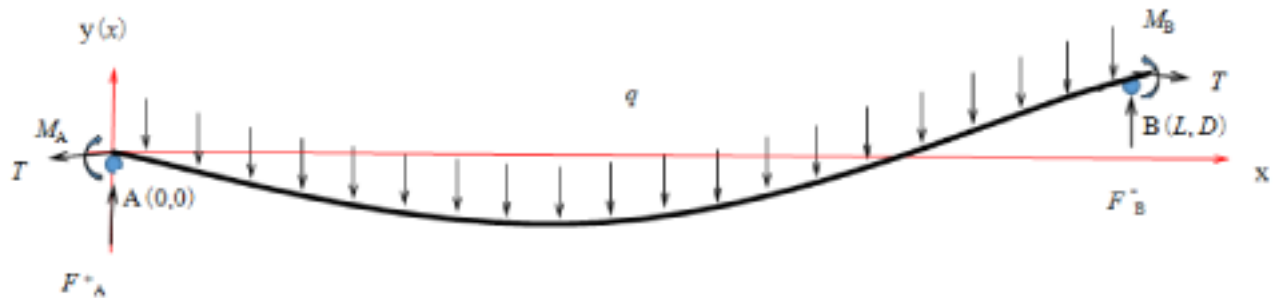
两相邻托辊间的料重  $qL$  由两托辊共同承载，即在均匀物料载荷作用下  $AB$  段的载荷为：

$$qL = F_A^+ + F_B^- \quad (3.2)$$

当单托辊皮带秤的称重托辊与其前后相邻输送托辊跟皮带相切母线同处于一个平面内时，各托辊在每一托辊间距内的支反力都是  $\frac{1}{2} qL$ ，称重托辊  $B$  所受  $AB$  段和  $BC$  段的总力即为： $\Sigma F_B = qL$ ；但当相邻托辊之间存在非准直度时，各托辊所受支反力就会发生改变，其变动量  $\Delta F_B$  即为张力竖直

分量的影响值。

基于 § 3.1 的假设，在分析非准直度对于单托辊皮带秤支反力的影响时可简化为对 AB 和 BC 段分别进行。先如图 3.6 以 A 点为原点、B 点的坐标为 (L, D) 建立直角坐标系，研究从能量的角度对 AB 段进行力学分析，以求出 A、B 点受力载荷。



$M_A^*$  — 托辊 A 前方半无限梁对 A 点的力矩； $M_B^*$  — 托辊 B 后方半无限梁对 B 点的力矩；  
D — 托辊 B 的非准直度。

图 3.6 单托辊皮带秤 AB 段载荷图

按求弯矩的微分方程，得到 AB 段任意 x 点的弯矩为：

$$M(x) = EIy''(x) \quad (3.3)$$

式中：M 为弯矩 (单位：Nm)，E 为输送带的弹性模量 (单位：N/m<sup>2</sup>)，I 为输送带的截面惯性矩 (单位：m<sup>4</sup>)，两者的乘积 EI 为弯曲刚度系数 (单位：Nm<sup>2</sup>)

又可按平衡条件，由料重 qx 和 A 点支反力  $F_A^+$  对于力臂 x 产生的力矩、张力 T 对于力臂 y(x) 产生的力矩、托辊 A 前方半无限梁对 A 点的力矩，可求得 AB 段任意 x 点的弯矩为：

$$M(x) = -\frac{1}{2}qx^2 + F_A^+x + Ty(x) + M_A \quad (3.4)$$

由弯矩可知 AB 段的应变能 V 为：

$$V = \int_0^L \frac{1}{2} \frac{M^2(x)}{EI} dx \quad (3.5)$$

而外力对 AB 段做的功 W 为：

$$W = \int_0^L -qy(x)dx + (-T)\lambda \quad (3.6)$$

式中： $\lambda$  为梁长度的变化，若由于自原点至  $x=x$  处，梁随 y(x) 值而形成的曲线弧长为 s，

$$\lambda = \int_0^L (ds - dx) \approx \frac{1}{2} \int_0^L [y'(x)]^2 dx$$

故式 (3.6) 可变换为：

$$\begin{aligned} W &= \int_0^L -qy(x)dx + (-T)\frac{1}{2} \int_0^L (y')^2 dx \\ &= -\int_0^L \left( qy(x) + \frac{1}{2}T(y')^2 \right) dx \end{aligned} \quad (3.7)$$



综合式 (3.3)、(3.5)、(3.7) 可得出 AB 段的总位能  $\Pi$  为:

$$\begin{aligned} \Pi &= V - W \\ &= \int_0^L \frac{1}{2} \frac{(EIy'')^2}{EI} dx + \int_0^L \left( qy(x) + \frac{1}{2} T(y')^2 \right) dx \\ &= \int_0^L \left[ \frac{1}{2} EI(y'')^2 + \frac{1}{2} T(y')^2 + qy(x) \right] dx \end{aligned} \quad (3.8)$$

由最小位能原理可得:

$$\delta \Pi = \delta \left\{ \int_0^L \left[ \frac{1}{2} EI(y'')^2 + \frac{1}{2} T(y')^2 + qy(x) \right] dx \right\} \quad (3.9)$$

根据固定边界问题的变分原理, 可由式 (3.8) 得函数  $y(x)$  应满足的欧拉 - 泊松微分方程:

$$y^{(4)} - \frac{T}{EI} y'' = -\frac{q}{EI} \quad (3.10)$$

暂令

$$\frac{T}{EI} = \omega^2 \quad (3.11)$$

则式 (3.10) 可变换为:

$$y^{(4)} - \omega^2 y'' = -\omega^2 \frac{q}{T} \quad (3.12)$$

其通解为:

$$\begin{cases} y(x) = C_1 + C_2 x + C_3 e^{\omega x} + C_4 e^{-\omega x} + \frac{qx^2}{2T} \\ y'(x) = C_2 + \omega C_3 e^{\omega x} - \omega C_4 e^{-\omega x} + \frac{qx}{T} \\ y''(x) = \omega^2 C_3 e^{\omega x} + \omega^2 C_4 e^{-\omega x} + \frac{q}{T} \end{cases} \quad (3.13)$$

因梁的边界条件为已知 (参见图 3.6), 即:

$$y(0)=0 \Rightarrow y'(0)=0 \Rightarrow y''(0)=0, \quad y(L)=D \Rightarrow y'(L)=0 \Rightarrow y''(L)=0$$

代入 (3.13) 解得:

$$C_2 = \frac{\omega D}{\omega L + 2 \left( \frac{2 - e^{\omega L} - e^{-\omega L}}{e^{\omega L} - e^{-\omega L}} \right)} - \frac{qL}{2T} \quad (3.14)$$

又据双曲函数的定义和相关公式对  $C_2$  分母第二项括号中的内容作如下变换:

$$\frac{2 - e^{\omega L} - e^{-\omega L}}{e^{\omega L} - e^{-\omega L}} = \frac{1 - \frac{e^{\omega L} + e^{-\omega L}}{2}}{\frac{e^{\omega L} - e^{-\omega L}}{2}} = \frac{1 - \text{ch} \omega L}{\text{sh} \omega L} = \frac{-2(\text{sh} \frac{\omega L}{2})^2}{2 \text{sh} \frac{\omega L}{2} \text{ch} \frac{\omega L}{2}} = -\text{th} \frac{\omega L}{2} \quad (3.15)$$

$$\text{把(3.15)代入式(3.14)可恒等变换为: } C_2 = \frac{D}{L - \frac{2}{\omega} \text{th} \frac{\omega L}{2}} - \frac{qL}{2T} \quad (3.16)$$

那么, 由  $F_A^+ + TC_2 = 0$ 、(3.11) 及式 (3.1) 托辊 B 相对于其前方托辊 A 的非准直度  $D = h_B - h_A$  可得:

$$F_A^+ = \frac{qL}{2} - \frac{TD}{L - \frac{2}{\omega} \operatorname{th} \frac{\omega L}{2}} = \frac{qL}{2} - \frac{T(h_B - h_A)}{L - 2\sqrt{\frac{EI}{T}} \operatorname{th} \left( \frac{L}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}} \right)} \quad (3.17)$$

由式 (3.2) 可得:

$$F_B^- = qL - F_A^+ = qL - \left[ \frac{qL}{2} - \frac{TD_{BE}}{L - \frac{2}{\omega} \operatorname{th} \frac{\omega L}{2}} \right] = \frac{qL}{2} + \frac{T(h_B - h_A)}{L - 2\sqrt{\frac{EI}{T}} \operatorname{th} \left( \frac{L}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}} \right)} \quad (3.18)$$

同理 (只是须以托辊 B 相对于其后方托辊 C 的高度差  $h_B - h_A$  代入 D), 可求出称重托辊 B 在 BC 段的载荷  $F_B^+$  为:

$$F_B^+ = qL - F_C^- = qL - \left[ \frac{qL}{2} - \frac{TD_{BR}}{L - \frac{2}{\omega} \operatorname{th} \frac{\omega L}{2}} \right] = \frac{qL}{2} + \frac{T(h_B - h_C)}{L - 2\sqrt{\frac{EI}{T}} \operatorname{th} \left( \frac{L}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}} \right)} \quad (3.19)$$

于是有称重托辊 B 所受的总载荷为:

$$\Sigma F_B = F_B^- + F_B^+ = qL + \frac{T[(h_B - h_A) + (h_B - h_C)]}{L - 2\sqrt{\frac{EI}{T}} \operatorname{th} \left( \frac{L}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}} \right)} \quad (3.20)$$

因此当相邻托辊之间存在非准直度 D 时, 称重托辊的称重力误差为:

$$\Delta F_B = \Sigma F_B - qL = \frac{T[(h_B - h_A) + (h_B - h_C)]}{L - 2\sqrt{\frac{EI}{T}} \operatorname{th} \left( \frac{L}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}} \right)} \quad (3.21)$$

### 3.3.2 阵列皮带秤称重误差的推导

如图 3.4, 阵列皮带秤<sup>®</sup>由多个双托辊单点悬浮称量平台连续不间断排列构成, 每个称重单元等价于两个单托辊称重单元的叠加。因此, 在得到单托辊皮带秤称重力误差后, 可将其结论拓展到阵列皮带秤中去。由式 (3.21) 可知, 由 N 个双托辊称重单元的阵列皮带秤的 2N 组称重托辊的称重力误差总和为:

$$\Sigma \Delta F = \sum_{i=1}^{2N} \Delta F_i = \Delta F_1 + \Delta F_2 + \Delta F_3 + \dots + \Delta F_{2N-1} + \Delta F_{2N} = \frac{T \left\{ [(h_1 - h_0) + (h_1 - h_2)] + [(h_2 - h_1) + (h_2 - h_3)] + \dots + [(h_{2N-1} - h_{2N-2}) + (h_{2N-1} - h_{2N})] + [(h_{2N} - h_{2N-1}) + (h_{2N} - h_{2N+1})] \right\}}{L - 2\sqrt{\frac{EI}{T}} \operatorname{th} \left( \frac{L}{2} \sqrt{\frac{T}{EI}} \right)}$$

$$= \frac{T[(h_1-h_0)+(h_{2N}-h_{2N+1})]}{L-2\sqrt{\frac{EI}{T}}\text{th}\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{T}{EI}}\right)} = \frac{T(D_{1F}+D_{2NR})}{L-2\sqrt{\frac{EI}{T}}\text{th}\left(\frac{L}{2}\sqrt{\frac{T}{EI}}\right)} \quad (3.22)$$

式中： $h_1 \sim h_{2N}$  为 $\# 1 \sim \# 2N$  称重托辊与各托辊下方共同水平基准面的距离， $h_0$  和  $h_{2N+1}$  分别为与称重阵列首末端相邻的前后输送托辊与共同水平基准面的距离。

由于已假定各组托辊的间距均为  $L$ ，整条输送带的弹性模量  $E$  和截面惯性矩  $I$  不变，皮带秤稳定流量运行时，输送带张力  $T$  在称重区域内变化相对很小，都可认为是常量；因此式 (3.22) 中的变量仅有分子括号中的那部分。也就是说，阵列皮带秤的称重力误差仅跟阵列首末称重托辊与前后相邻的输送托辊之间的高度差有关，这同 § 3.2.2 用力分解和合成法则得出的结论完全一致。

#### 4. 结语

由安装在同一台带式输送机上连续不间断地排布多个自带称重传感器和信号通道的独立称重单元构成的阵列皮带秤，兼收并蓄了输送机式和称量台式两种承载器类型的皮带秤优点，既能够消弭阵列中部各组称重托辊 (除阵列首末两托辊之外) 的非准直度所引起的皮带效应影响，又具备固定的称量长度并能够较准确地测得物料速度，从而破解了测量原理在实际运用中的难题。

从以上分析可以看出，当单称量台皮带秤具有多组称重托辊时，处于其首末托辊中间的张力分量也会被抵消，这也说明了多托辊皮带秤性能会优于单托辊皮带秤的原因。但由于其仅具有一个称重单元，所以该单元的称重传感器仍会受到首末托辊的影响。而所谓“双秤架皮带秤”的两个称量台是被输送托辊分隔开的，因此实际上相当于两台单称量台秤，两个称量台都会受到各自首末托辊的影响。即使两个称量台之间不设输送托辊隔离，使两者之间的张力影响也被抵消，但各自仍会受到首端托辊或者末端托辊的影响。阵列皮带秤与之不同，共有 3 个以上的称重单元且无输送托辊分隔，而受到张力影响的称重单元数却总只有 2 个。因此一般地说，阵列中称重单元的总数越多，不受张力影响的称重单元所占的比率也就越高，它们测得数据的平均值，也就越接近真值。而且，较多的称重单元数有利于实现多单元之间的“在线比对”，还能延长称量长度增多对料重的采样次数而提高了测量精密度，并且因提高现场设备的冗余率而提升了运行的可靠性。例如 0.2 级阵列皮带秤<sup>®</sup> 设置了 8 个双托辊单点悬浮称量平台，不受张力影响的称重单元增多至了 6 个。

当然，本文的论证是在一系列假设基础上进行的。即使从简化模型推导出的式 (3.22) 来看，称重力误差也并不仅仅是非准直度的一元线性函数，而是关于输送带的张力、弹性模量、截面惯性矩乃至托辊间距等变量的多元非线性函数。何况，实际上还会有其他已了解与尚未知晓的诸多影响因素未能纳入。因此，南京三埃研发的阵列皮带秤<sup>®</sup> 不仅有“内力理论”的支撑，还结合了“误差分解控制方法”、物联网及多种数据的补偿软件等其他技术，才能使之准确度和耐久性都能经受住大

量严酷试验和用户环境的考验。相信随着对皮带秤认识的不断深化，皮带秤的性能必将还会得到进一步的提高。

作者联系方式：

通讯地址：上海市静安区愚园路483弄24-101号（200040）

微信号：13918072410（加微信好友时请用实名，并附注工作单位，勿用昵称）