

# 砝码真空质量值测量结果的不确定度评定

□北京市海淀区计量检测所 赵吉庆

【摘要】本文以全国砝码质量参数倍量、分量计量比对项目为实例，论述了砝码真空质量值测量结果不确定度的评定方法。对砝码真空质量值的测量方法进行概述，建立数学模型，实际测量被检砝码。对影响测量结果的不确定度来源进行分析，采用了A类评定和B类评定两种不确定度评定方法计算标准不确定度分量；给出合成标准不确定度、扩展不确定度及报告。

【关键词】砝码；不确定度；衡量仪器；真空质量值

文献标识码：B 文章编号：1003-1870（2024）02-0025-04

## 概述

砝码质量值是通过与标准砝码采用比较测量法得到的，被检砝码质量值的不确定度评定结果关系到砝码标准装置是否满足量值传递要求。依据现行检定规程并结合砝码比对实例，当测量计算被检砝码真空质量值时，分析其测量原理，确定数学模型。根据被测对象选取相应的标准砝码及衡量仪器，在规程要求的环境条件下进行测量并计算。

### （1）测量原理及条件

依据JJG99-2022《砝码》国家计量检定规程，衡量循环采用ABBA的模式，A为参考标准，B为被检砝码，选择相应计量特性的衡量仪器进行质量值的复现，通过计算得到被检砝码的质量值。

测量环境条件：环境温度为(18 ~ 23)℃，每4小时最大变化2℃；相对湿度为(30 ~ 70)%，每4小时最大变化15%。检定实验室内无易察觉的振动和气流，无阳光直接照射，并且远离振源和磁源。

测量标准：E<sub>2</sub>等级砝码，测量范围为20 kg至1 mg，扩展不确定度为10 ~ 0.002mg，(k=2)。标准砝码的各项参数来源于历年检定证书。

被测对象：10 kg、1 kg砝码，编号P5；200 g、5 g砝码，编号J6；200 mg砝码，编号P1。被检砝码的各项参数来源砝码比对方案。

### （2）数学模型及真空质量值计算

采用JJG99-2022《砝码》检定规程中的测量方法，建立在空气中比较时的平衡方程式：

$$m_t = m_r + (V_t - V_r) \times \rho_a \pm m_w \pm \Delta I \times \frac{m_s}{\Delta I_s} \quad (1)$$

式中： $m_t$ ——被检砝码真空中质量值，kg、g、mg；

$m_r$ ——标准砝码真空中质量值，kg、g、mg；

$V_t$ ——被检砝码的体积，cm<sup>3</sup>；

$V_r$ ——标准砝码的体积，cm<sup>3</sup>；

$\rho_a$ ——空气密度的实测值，kgm<sup>-3</sup>；

$m_w$ ——添加小砝码的真空中质量值，mg；

$\Delta I$ ——从天平上读取的质量差值，mg；

$m_s$ ——测量天平灵敏度时所添加小砝码的约定质量值，mg；

$\Delta I_s$ ——由于添加灵敏度小砝码而引起的天平示值变化，mg。

被检砝码真空质量的计算需要进行空气浮力修正，电子天平作为衡量仪器的检定过程中不添加小砝码，即方程式中 $m_w$ 的值为0。结合各参数值按公式

（1）计算被检砝码真空中质量值，结果见表1。

标准砝码真空中质量值由其约定质量值换算得到，按公式（2）计算：

$$m_r = m_c + (V_r - V_c) \times \rho_0 \quad (2)$$

式中： $m_c$ ——标准砝码的约定质量值，kg、g、mg；  
 $V_c$ ——当标准砝码为约定密度8000 kg/m<sup>3</sup>时的体积，cm<sup>3</sup>；  
 $\rho_0$ ——约定的空气密度，1.2 kg/m<sup>3</sup>。

表1 被检砝码真空中质量值计算表

被检砝码标称值	标准砝码约定质量值 $m_c$	标准砝码真空质量值 $m_r$	被检砝码体积 $V_j/cm^3$	标准砝码体积 $V_r/cm^3$	空气密度 $\rho_a/kgm^{-3}$	质量差值 $\pm \Delta I/mg$	灵敏度砝码约定质量值 $m_s/mg$	灵敏度砝码引起的示值变化 $\Delta I_s/mg$	被检砝码真空质量值 $m_t$
10 kg	10.000000 kg	10.000007 kg	1254.6	1256	1.19148	2	200.004	200	10.000007 kg
1 kg	1.0000001 g	0.9999999 kg	124.39	124.8	1.17894	0.6	200.004	200.0	1.0000000 kg
200 g	200.00014 g	200.00009 g	25.063	24.96	1.17894	-0.06	200.004	200.00	200.00015 g
5 g	5.000004 g	5.000003 g	0.615	0.624	1.19341	0.006	200.004	200.004	5.000000 g
200 mg	200.004 mg	200.004 mg	0.025	0.025	1.19341	0.002	200.004	200.004	200.006 mg

1 不确定度分量的评定

砝码质量测量的不确定度主要由衡量过程的标准不确定度、标准砝码的不确定度、空气浮力修正的不确定度、衡量仪器的不确定度等分量合成。其中对衡量过程的不确定度评定为A类评定，其余分量的评定为B类评定。

(1) 衡量过程的标准不确定度分量  $u_w(\Delta m)$

对于  $n$  次重复测量，若所给测量结果为该  $n$  次重复测量的平均值，则该平均值的实验标准差，即衡

量过程的标准不确定度为：

$$u_w(\Delta m) = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (\Delta m_i - \overline{\Delta m})^2}}{n(n-1)}, \text{ 自由度为 } (n-1) \quad (3)$$

式中： $n$ ——测量次数，正整数；

$\Delta m_i$ ——第  $i$  次测量的质量差值，mg；

$\overline{\Delta m}$ ——衡量过程中质量差值的平均值，mg。

对被检砝码测量10次，所给测量结果为该10次重复测量的平均值，按公式(3)计算被检砝码与标准砝码差值及衡量过程的标准不确定度，结果见表2。

表2 衡量过程的标准不确定度计算表

被检砝码标称值	被检砝码与标准砝码质量差值 $\Delta m_j/mg$										实验标准偏差 $s/mg$	衡量过程的标准不确定度 $u_w(\Delta m)/mg$
	n=1	n=2	n=3	n=4	n=5	n=6	n=7	n=8	n=9	n=10		
10 kg	2	2	3	2	2	2	2	3	2	2	0.4216	0.133
1 kg	0.6	0.6	0.6	0.6	0.6	0.5	0.6	0.7	0.6	0.6	0.04714	0.0149
200 g	-0.05	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.06	-0.07	-0.07	-0.06	-0.06	0.005676	0.00180
5 g	0.006	0.007	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.006	0.0003162	0.000100
200 mg	0.002	0.002	0.002	0.002	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.0003162	0.000100

(2) 标准砝码的不确定度分量  $u_r(m_r)$

$$u_r(m_r) = \sqrt{\left(\frac{U}{k}\right)^2 + u_{inst}^2(m_r)} \quad (4)$$

式中： $U$ ——标准砝码扩展不确定度；

$k$ ——覆盖因子（通常  $k=2$ ）；

$u_{inst}(m_r)$ ——标准砝码质量的不稳定性引起的不确定度。

标准砝码质量的不稳定性引起的不确定度  $u_{inst}(m_r)$  可以从对标准砝码多次检定之后的质量变化中估计出来。

本次比对选用的  $E_2$  等级标准砝码的检定周期均超过5个周期，采用每一次的周期检定结果作为测量数据，用贝塞尔公式计算实验标准偏差作为标准砝码不稳定性引起的不确定度，并依据公式(4)计算

标准砝码不确定度，结果见表3。

表3 标准砝码不稳定性引起的不确定度计算表

被检砝码 标称值	标准砝码历次检定的测量结果 $\Delta m_{ci}/\text{mg}$										标准砝码不 稳定性引起 的不确定度 $u_{\text{inst}}(m_i)/\text{mg}$	标准砝码 扩展不确 定度 $U/\text{mg}$	标准砝 码不确 定度 $u_r(\text{mr})$
	2013年	2014年	2015年	2016年	2017年	2018年	2019年	2020年	2021年	2022年			
10 kg	/	7	/	6	/	5	/	0	/	0	3.6	5	4.38
1 kg	/	0.4	/	0.3	/	0.2	/	0.0	/	0.1	0.16	0.5	0.297
200 g	0.14	0.19	0.16	0.21	0.16	0.17	0.16	0.15	0.12	0.14	0.026	0.10	0.0564
5 g	0.003	0.001	0.009	0.008	0.001	0.008	0.006	0.004	0.000	0.004	0.0032	0.016	0.00862
200 mg	0.006	0.005	0.005	0.004	0.005	0.008	0.005	0.005	0.004	0.004	0.0012	0.006	0.00323

(3) 空气浮力修正引入的标准不确定度分量 $u_b$   
空气密度的计算公式为：

$$\rho_a = \frac{0.34848p - 0.009(rh) \times \exp(0.062t)}{273.15 + t} \quad (5)$$

式中： $p$ ——大气压力，单位：hPa；

$rh$ ——相对湿度，单位：%RH；

$t$ ——温度，单位：℃。

空气浮力修正引入的标准不确定度分量 $u_b$ 为：

$$u_b^2 = (V_{\text{ref}} - V_{\text{test}})^2 u^2(\rho_a) + \rho_a^2 [u^2(V_{\text{test}}) + u^2(V_{\text{ref}})] +$$

$$2 \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial m_{\text{ref}}} \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial \rho_a} u(m_{\text{ref}}, \rho_a) + 2 \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial m_{\text{ref}}} \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial V_{\text{ref}}} u(m_{\text{ref}}, V_{\text{ref}}) \quad (6)$$

$$\text{其中：} 2 \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial m_{\text{ref}}} \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial \rho_a} u(m_{\text{ref}}, \rho_a) = 2(V_{\text{ref}} - V_{\text{test}})$$

$$(V_{\text{ref}*} - V_{\text{ref}}) u^2(\rho_a)$$

$$2 \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial m_{\text{ref}}} \frac{\partial m_{\text{test}}}{\partial V_{\text{ref}}} u(m_{\text{ref}}, V_{\text{ref}}) = -2\rho_a^2 u^2(V_{\text{ref}})$$

式中： $V_{\text{ref}*}$ 为上一等级标准砝码的体积， $\text{cm}^3$ 。

检测时记录温度、湿度和大气压等实验室环境条件，当 $900 \text{ hPa} < p < 1100 \text{ hPa}$ ， $10 \text{ }^\circ\text{C} < t < 30 \text{ }^\circ\text{C}$ ， $rh < 0.8$ 时，空气密度计算公式的相对不确定度为 $2 \times 10^{-4}$ 。结合各参数值按公式(6)计算空气浮力修正引入的不确定度，结果见表4。

表4 空气浮力修正引入的不确定度计算表

被检砝码 标称值	大气压 力 $p/\text{hPa}$	相对湿 度 $rh/\%$ RH	温度 $t/^\circ\text{C}$	空气密度 $u(\rho_a)/$ $\text{kgm}^{-3}$	空气密度不 确定度 $u(\rho_a)/\text{kgm}^{-3}$	标准砝 码体积 $V_{\text{ref}}/$ $\text{cm}^3$	标准砝 码体 积不 确定 度 $u(V_{\text{ref}})/$ $\text{cm}^3$	被检砝 码体 积 $V_{\text{test}}/$ $\text{cm}^3$	被检砝 码体 积不 确定 度 $u(V_{\text{test}})/$ $\text{cm}^3$	上一等 级标 准砝 码体 积 $V_{\text{ref}*}/$ $\text{cm}^3$	空气浮力修 正引入的不 确定度 $u_b/\text{mg}$
10 kg	1010	45	21.0	1.19148	0.000119	1256	0.67	1254.6	0.2	1247.8	0.762
1 kg	1003	63	21.5	1.17894	0.000118	124.8	0.034	124.39	0.02	125.0	0.0324
200 g	1003	63	21.5	1.17894	0.000118	24.96	0.013	25.063	0.002	25.00	0.0151
5 g	1013	44	21.4	1.19341	0.000119	0.624	0.003	0.615	0.002	0.625	0.00267
200 mg	1013	44	21.4	1.19341	0.000119	0.025	0.003	0.025	0.002	0.025	0.00267

标准砝码体积的不确定度在检定证书中没有给出，由计算公式及计算结果可知，当其数值取0时结果值最大，当其值接近被检砝码的不确定度时结果值最小，对空气浮力修正引入的不确定度，这里取结果为最大值进行评定。

(4) 衡量仪器的不确定度分量 $u_{\text{in}}$

衡量仪器的不确定度 $u_{\text{in}}$ 包括，衡量仪器灵敏度引起的不确定度 $u_s$ 、由于衡量仪器的显示分辨力引起的不确定度 $u_d$ 和由于偏载引起的不确定度 $u_E$ 。

①衡量仪器灵敏度引起的不确定度 $u_s$

衡量仪器灵敏度引起的不确定度为

$$u_s = \sqrt{(\Delta m)^2 \left( \frac{u^2(m_s)}{m_s^2} + \frac{u^2(\Delta I_s)}{\Delta I_s^2} \right)} \quad (7)$$

砝码检测中，不同标称值的被检砝码选用的衡量仪器有所不同，分别在衡量仪器加载相应载荷后，采用标称值为200 mg 的E<sub>2</sub> 等级标准砝码测量其灵敏度，按公式（7）计算引起天平示值的变化值及相关不确定度，结果见表5。

②由于衡量仪器的显示分辨力引起的不确定度 $u_d$

对于标尺分度值 $d$ 的数字式衡量仪器，由于分辨力引起的不确定度是 $u_d$

$$u_d = \frac{d/2}{\sqrt{3}} \times \sqrt{2} \quad (8)$$

因子 $\sqrt{2}$ 来自两个读数，一个是标准砝码的读数，一个是被检砝码的读数。

所选衡量仪器为电子天平，根据公式（8）计算衡量仪器的显示分辨力引起的不确定度，结果见表5。

③由于偏载引起的不确定度 $u_E$

对于偏载引起的不确定度，可按公式（9）计算。

$$u_E = \frac{d_1 \times D}{2 \times \sqrt{3}} \quad (9)$$

$\frac{d_1}{d_2}$ 取 $\frac{1}{5}$ ， $D$ 为偏载测量时最大值和最小值之差。

测量200 g、5 g、200 mg 砝码时根据所选天平检定结果及实测数据，这里 $D$ 取天平偏载的最大允差。

测量10 kg、1 kg 砝码时选用的衡量仪器为自动定心秤盘，由于偏载引起的不确定度，按照公式（10）计算。

$$u_E = \frac{|\Delta I_1 - \Delta I_2|}{2} \quad (10)$$

所选天平相邻两个读数差值不超过一倍实际分度值。

④天平合成标准不确定度 $u_{ba}$

天平合成标准不确定按公式（11）计算，结果见表5。

$$u_{ba} = \sqrt{u_s^2 + u_d^2 + u_E^2} \quad (11)$$

表5 天平合成标准不确定度计算表

被检砝码标称值	衡量仪器实际分度值 $d/mg$	灵敏度砝码约定质量值 $m_s/mg$	灵敏度砝码约定质量值不确定度 $u(m_s)/mg$	灵敏度砝码引起的天平示值变化值 $\Delta I_s/mg$	天平示值变化值的不确定度 $u(\Delta I_s)/mg$	衡量过程中质量差值的平均值 $\Delta m/mg$	衡量仪器灵敏度引起的不确定度 $u_s/mg$	衡量仪器的显示分辨力引起的不确定度 $u_d/mg$	偏载引起的不确定度 $u_E/mg$	天平合成标准不确定度 $u_{ba}/mg$
10 kg	1	200.004	0.003	200	0	2	0.00003	0.408	0.5	0.645
1 kg	0.1	200.004	0.003	200.0	0.0	0.6	0.000009	0.0408	0.05	0.0645
200 g	0.01	200.004	0.003	200.00	0.00	-0.06	0.0000009	0.00408	0.0087	0.00961
5 g	0.001	200.004	0.003	200.004	0.000	0.006	0.00000009	0.000408	0.00087	0.000961
200 mg	0.001	200.004	0.003	200.004	0.000	0.002	0.00000003	0.000408	0.00087	0.000961

## 2 合成标准不确定度及报告

(1) 合成标准不确定度 $u_c$

被检砝码真空质量值的合成标准不确定度按公

式（12）进行计算，结果见表6。

$$u_c = \sqrt{u_w^2(\Delta m) + u_r^2(m_r) + u_b^2 + u_{ba}^2} \quad (12)$$

表6 合成标准不确定度计算表

被检砝码标称值	衡量过程的标准不确定度 $u_w(\Delta m)/mg$	标准砝码不确定度 $u_r(m_r)/mg$	空气浮力修正引入的不确定度 $u_f/mg$	天平合成标准不确定度 $u_{ba}/mg$	合成标准不确定度 $u_c/mg$
10 kg	0.133	4.38	0.762	0.645	4.5
1 kg	0.0149	0.297	0.0324	0.0645	0.31
200 g	0.00180	0.0564	0.00151	0.00961	0.060
5 g	0.000100	0.00862	0.00267	0.000961	0.0091
200 mg	0.000100	0.00323	0.00267	0.000961	0.0043

## (2) 不确定度报告

采用扩展不确定度报告测量结果，取包含因子  $k=2$ ， $U=ku_c$ 。

测得标称值10 kg 的砝码的真空质量值为：

$m_i=10.000\ 007\ \text{kg}$ ； $U=9\ \text{mg}$ ， $k=2$ 。

测得标称值1 kg 的砝码的真空质量值为：

$m_i=1.000\ 000\ 0\ \text{kg}$ ； $U=0.7\ \text{mg}$ ， $k=2$ 。

测得标称值200 g 的砝码的真空质量值为：

$m_i=200.000\ 15\ \text{g}$ ； $U=0.12\ \text{mg}$ ， $k=2$ 。

测得标称值5 g 的砝码的真空质量值为：

$m_i=5.000\ 000\ \text{g}$ ； $U=0.019\ \text{mg}$ ， $k=2$ 。

测得标称值200 mg 的砝码的真空质量值为：

$m_i=200.006\ \text{mg}$ ； $U=0.009\ \text{mg}$ ， $k=2$ 。

## 3 结语

由上文分析可知，被检砝码真空质量值的不确定度的各项分量中，标准砝码的不确定度占比最大。由于本文是结合砝码比对实例，因此，测量结果均为所用计量标准的最大测量能力。砝码的比对包含不同质量倍量分量标称值的砝码，测量过程涵盖了计量标准所配备的砝码组及配套设备，有利于全面考察检定机构的测量能力。

在北京地区，日常工作中各等级的标准砝码是使用其约定质量值，砝码的约定质量值与真空质量值的换算并不常见，对真空质量值的计算以及测量不确定度的评定，可使不同地区不同实验室对同一量的测量结果作有意义的比较。

## 参考文献

[1] 钟瑞麟, 苏炜, 党正强等. JJG 99-2022[S] 砝码. 北京: 中国计量出版社, 2022.

[2] 姚弘, 陈雪, 张泽光等. 砝码宣贯教材[M]. 北京: 中国计量出版社, 2007.

[3] 叶培德, 赵峰, 施昌彦等. JJF 1059.1-2012[S] 测量不确定度评定与表示. 北京: 中国计量出版社, 2013.

[4] 林景星. 计量基础知识[M]. 北京: 中国质检出版社, 2015.

[5] 丁京鞍, 党正强, 何开宇等. JJG 1036-2022[S] 电子天平. 北京: 中国计量出版社, 2022.

## 作者简介

赵吉庆(1988—)，北京市海淀区计量检测所工程师。研究方向：质量计量。