基于哈尔小波变换的动态轴重信号辨识算法

□上海瑞仪动态称重研究工作室　王卫民

【摘　要】本文运用哈尔小波变换对动态轴重信号波形进行分析，提出用离散哈尔尺度函数，对动态轴重信号的上升沿、下降沿段辨识的算法；用离散哈尔小波函数，对动态轴重信号的平坦段鉴别的算法。并给出了在MATLAB7.0 语言环境的仿真结果，以及使用自制的动态称重信号示波器软件对实际动态轴重信号的分析结果。

【关键词】哈尔小波变换；MATLAB7.0 仿真语言；动态轴重信号的分析

文献标识码：A　　　　文章编号：1003−1870（2024）08−0038−05

引言

在动态轴重称重过程中要获得精确称重结果，首先要对动态轴重信号的波形有充分的了解。由于动态称重过程是一个有限的时间过程，可获得的动态轴重称重信号的样本序列数量有限。因此，通过对动态轴重称重信号波形的分析、辨识来获得此信号的有效样本段，是实现高精度动态称重的一个有效途径。

动态轴重信号的波形通常是一个近似的梯形波，若能正确辨识它的上升沿、下降沿段，就能找到此信号的有效称重段即中间段。哈尔小波变换是解决这一问题的有效方法之一。

1　小波变换的简介[1]

给定一个基本函数 $\psi(t)$，令

$$\psi_{ab}(t)=\frac{1}{\sqrt{a}}\psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \qquad (1\text{–}1)$$

式中：a,b 均为常数，且a>0。显然，$\psi_{ab}(t)$ 是基本函数。随着a,b 的不断变化，可以得到一组函数 $\psi_{ab}(t)$。若有信号x(t)，则x(t) 的小波变换定义为：

$$WT_x(a,b)=\frac{1}{\sqrt{a}}\int_{-\infty}^{+\infty} x(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)dt=\langle x(t),\psi_{ab}(t)\rangle \qquad (1\text{–}2)$$

信号x(t) 的小波变换 $WT_x(a,b)$ 是a 和b 的函数，a 为尺度因子，b 为时延。$\psi(t)$ 又称为小波基函数或母小波。$\psi_{ab}(t)$ 是母小波所产生的一组小波基函数，因此，（1−2）式又可解释为信号x(t) 与小波基函数的内积。

2　哈尔小波变换的小波函数和尺度函数

2.1　哈尔小波函数[1]

哈尔(Harr) 小波的定义为：

$$\psi(t)=\begin{cases}1, & 0\le t<1/2\\ -1, & 1/2\le t<0\\ 0, & 其他\end{cases} \qquad (2\text{–}1)$$

其波形如图1(a) 所示，图1(b) 为哈尔(Harr) 小波位移一个单位的图像，图1(c) 为哈尔(Harr) 小波时间展宽一倍的图像。

由图1(a) 和图1(b) 可以看出 $\psi(t)$ 与 $\psi(t-1)$ 是正交的，即〈$\psi(t),\psi(t-1)$〉=0。当位移k 取整数时，哈尔(Harr) 小波是正交的，即

$$\langle \psi(t),\psi(t-k)\rangle=0 \qquad (2\text{–}2)$$

可以证明，当尺度 $a=2^j(j\in Z^+)$ 时, 不同尺度的哈尔(Harr) 小波也是正交的，即

$$\langle \psi 2^{-j}(t),\psi(2^{-j}(t-k))\rangle=0 \qquad (2\text{–}3)$$

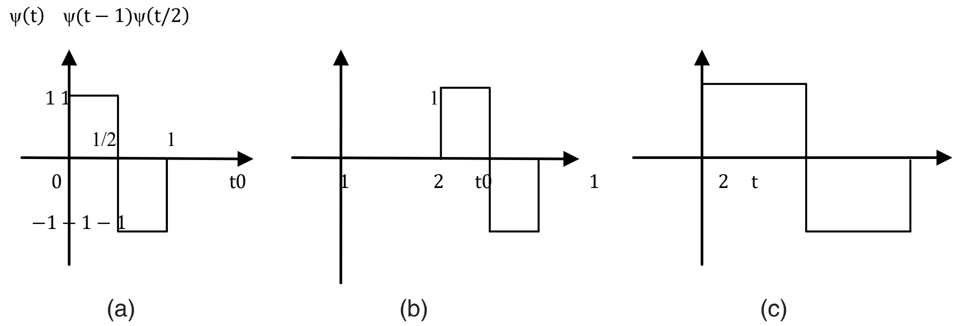

图1 哈尔小波函数图像

2.2 哈尔小波尺度函数[2]

哈尔尺度函数的定义为：

$$\phi(t)=\begin{cases}1，0\le t<1\\ 0,其他\end{cases}\qquad（2\text{–}4）$$

其波形如图2(a) 所示，图2(b) 为哈尔尺度函数位移一个单位的图像，图2(c) 为哈尔尺度函数时间展宽一倍的图像。

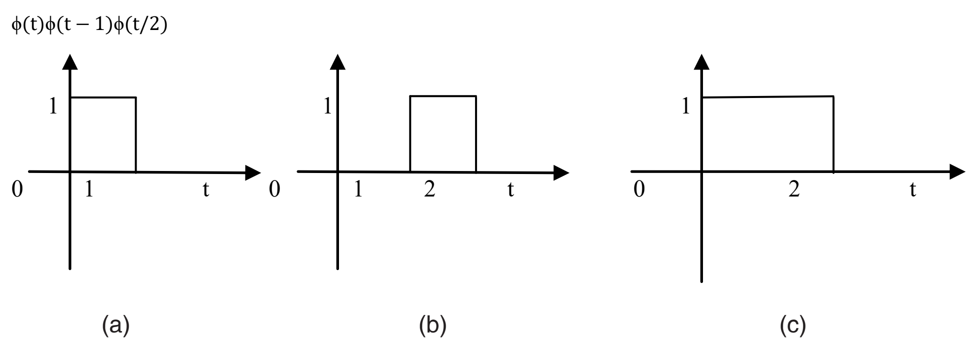

图2 哈尔小波尺度函数图像

2.3 离散哈尔小波函数和尺度函数

离散哈尔(Harr) 小波的定义为：

$$\psi(i)=\begin{cases}\frac{1}{N}, & i=0,1,2,\ldots,\frac{N}{2}-1\\ -\frac{1}{N}, & i=\frac{N}{2},\ldots,N-1\\ 0，其他 & \end{cases}\qquad（2\text{–}5）$$

离散哈尔尺度函数的定义为：

$$\phi(i)=\begin{cases}\frac{1}{N}，i=0,1,2,\ldots,N-1\\ 0,\quad 其他\end{cases}\qquad（2\text{–}6）$$

由于哈尔小波函数和尺度函数的被变换对象在本文中是离散的信号序列，因此，哈尔小波函数和尺度函数必须离散化。

3 动态轴重信号在MATLAB 语言[3] 中的仿真

为了验证哈尔小波变换对轴重信号的辨识，可以使用MATLAB 语言对由其生存的梯形波和方波信号进行验证。梯形波是为了验证上升沿、下降沿段比较缓慢的轴重信号。方波是为了验证上升沿、下降沿段比较陡峭的轴重信号。图3 为被仿真的梯形波信号和方波信号。

用尺度a=16 的式（2–4）哈尔尺度函数对图3 所示的梯形波信号和方波信号进行变换生成如图6 所示的蓝色折线。图6 中蓝色折线是对图3 所示梯形波信号、方波信号的近似表示。图4、图5、图6、图7 分别表示在不同尺度a 时，式（2–4）哈尔尺度函数对图3 所示的梯形波信号和方波信号进行变换生成的蓝色折线，这些蓝色折线反映了对图3 所示梯形波信号、方波信号的近似程度。尺度、位移越大，蓝色折线的台阶越宽，近似度越粗糙。

以图6 为例，分析在同一尺度、不同位移的情况下，图6 中的梯形波经过式（2–4）哈尔尺度函数变换分别产生上升沿段台阶a、b、c、e，以及下降沿段台阶i、j、k，以及平顶段e、f、g、h。上升沿段台阶

纵坐标值依次显著升高，而下降沿段台阶坐标值依次显著降低；梯形平顶段e、f、g、h 的纵坐标值几乎不变。因此，根据其纵坐标值的数值变化就能方便地辨认出梯形波的上升沿段、平顶段、下降沿段。

对于动态轴重信号中的轴重重量就在梯形波的平顶段。因此，找到梯形波的平顶段就大致找到了轴重重量。通过由大尺度、大位移到小尺度、小位移的哈尔尺度函数变换的分析可更加精准地定位梯形波的平顶段。

对图6 中的方波信号分析和对梯形波分析方法类似。

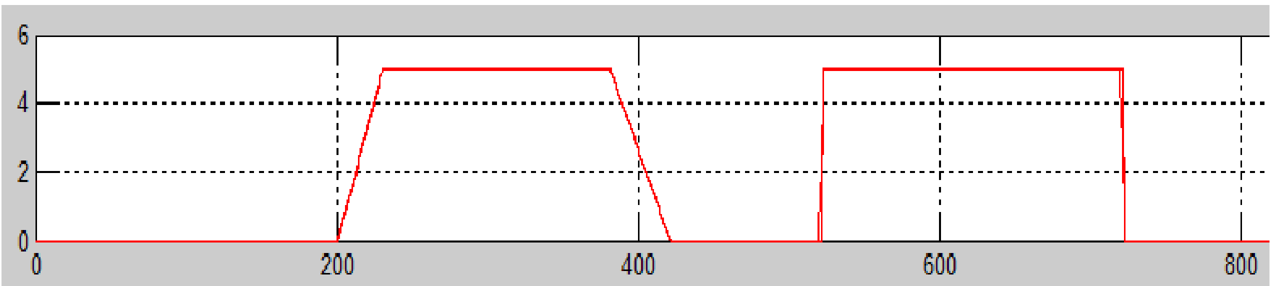

图3　梯形信号和方波信号

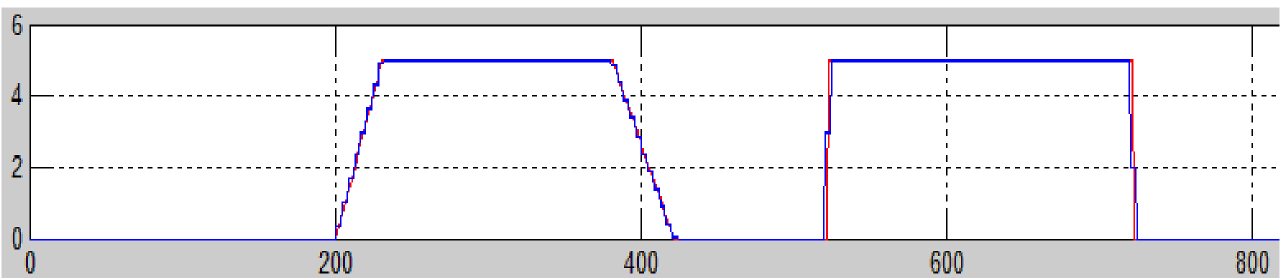

图4　对梯形信号和方波信号进行尺度a=4时的分析

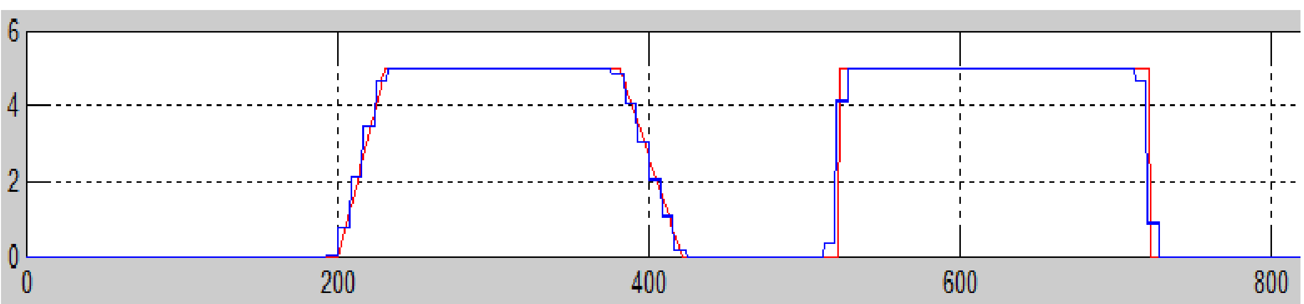

图5　对梯形信号和方波信号进行尺度a=8时的分析

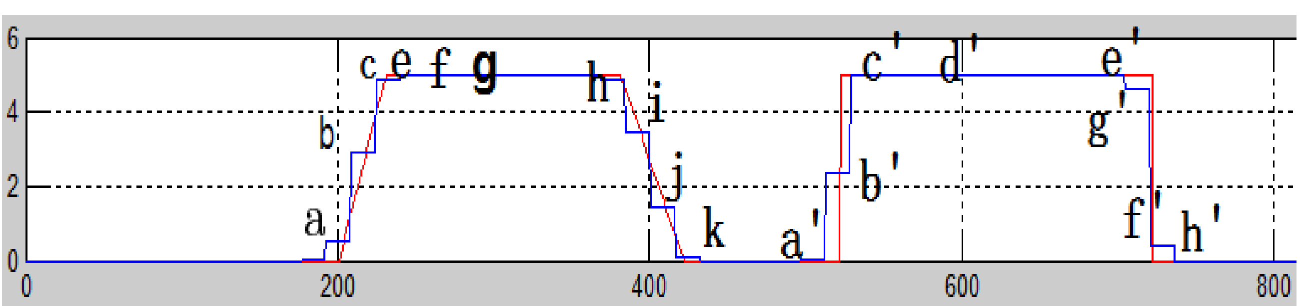

图6　对梯形信号和方波信号进行尺度a=16时的分析

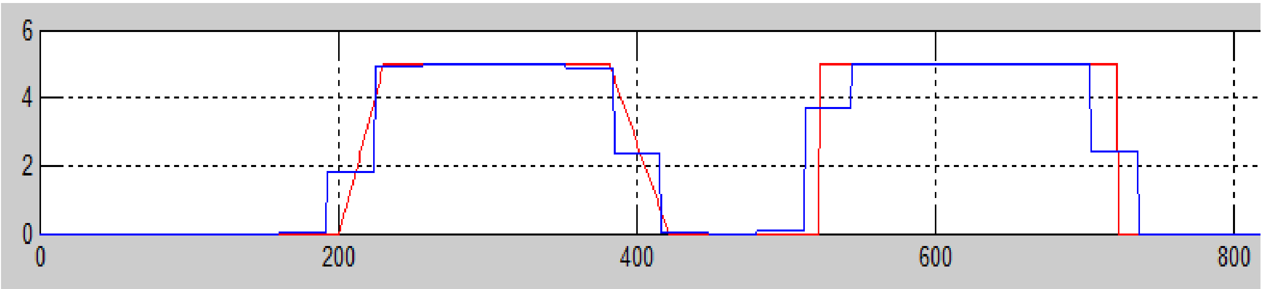

图7　对梯形信号和方波信号进行尺度a=32时的分析

4　本算法在实际的动态轴重信号辨识中的应用

4.1　实际动态轴重信号辨识的方法

图8 是一个由自制的动态称重信号示波器软件获得的实际动态轴重信号的波形。通过由零相位滤波器对图8 所示的实际动态轴重信号进行滤波，获得如图9 所示的较为光滑的动态轴重信号波形。

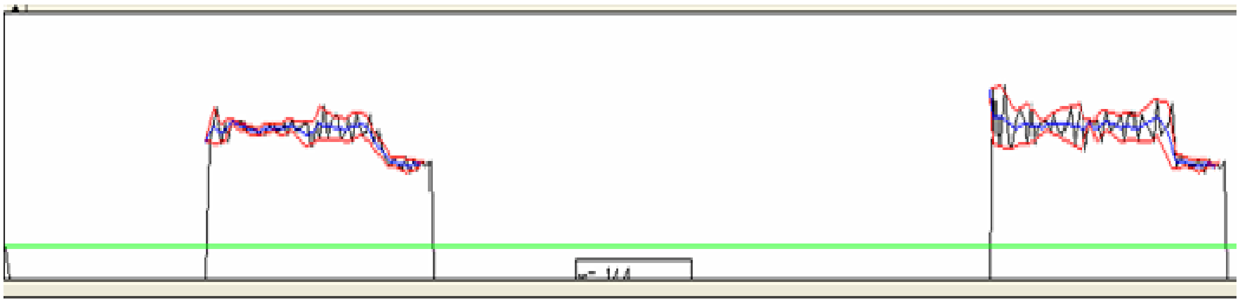

图8　实际动态轴重信号的波形

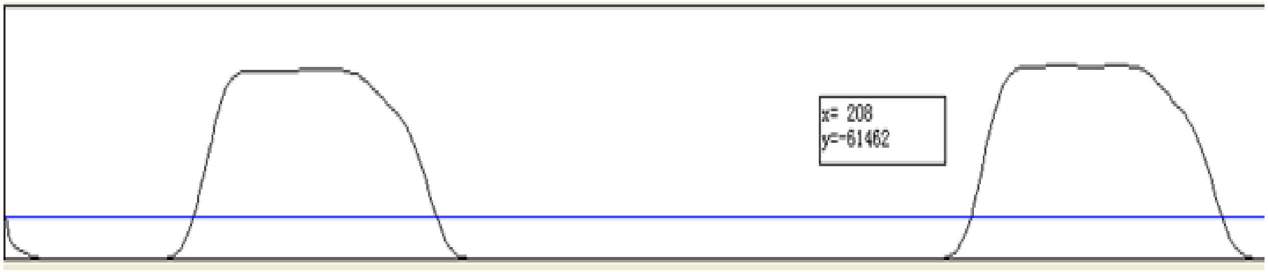

图9　零相位滤波器的输出波形

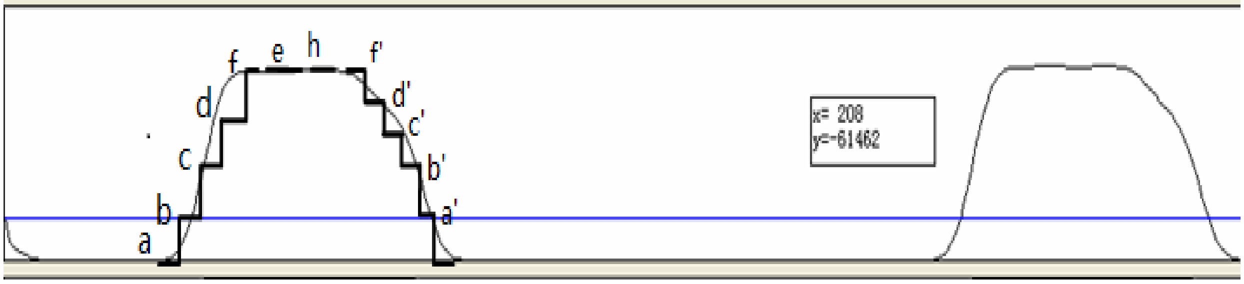

图10　用哈尔尺度函数进行变换生成的折线

对图9 所示的零相位滤波器的输出波形运用式（2–6）离散哈尔尺度函数进行变换生成的折线a–b–c–d–f，f–e–h–f'，f'–d'–c'–b'–a'，如图10 所示，可以看出a–b–c–d–f 段的台阶纵坐标值是递增的，f’–d'–c'–b'–a' 段的台阶纵坐标值是递减的，f–e–h–f' 段的台阶纵坐标值变化很小。

通过对这些台阶纵坐标值变化的分析，可以方便地分辨出图9 中所示的零相位滤波器的输出波形的上升沿、下降沿段和平坦段。其中平坦部分f–e–h–f' 段，就是动态轴重信号的有效段。通过对这一段信号的进一步分析，就可以获取较高精度的重量信号。

由于轴重信号理论上可以理解为是一个非常平静的信号，它的采样序列是一个常数序列。因此，为了进一步解析图10 中f–e–h–f' 段动态轴重信号的重量，可以运用式（2–5）离散哈尔(Harr) 小波函数，以位移为N 对此段信号进行变换, 设变换的结果为e(i),（i 的范围可根据f–e–h–f' 段长度而定）。设置一个阈值k，当|e(i)|<k 时，则表明此段信号是较为平坦，它比较接近轴重信号的真实重量，当判别完图10 中f–e–h–f' 段中所有信号，可将|e(i)|<k 对应的信号序列段进行平均，求出轴重信号的近似重量。上述操作是运用式（2–5）离散哈尔(Harr) 小波函数对图10 中f–e–h–f' 段动态轴重信号进行了一次差分滤波，其目的是寻找该信号段最小波动范围段。

4.2　变换尺度大小和k 值选取的讨论

当车速比较高时，图9 中信号波形的上升沿、下降沿段比较陡峭，运用式（2–6）离散哈尔尺度函数进行变换时，应采用较小的尺度进行变换，以提高变换的分辨率。反之，当车速比较低时，图9 中信号波形的上升沿、下降沿段比较平缓，运用式（2–6）离散哈尔尺度函数进行变换时，应采用较为适中的尺度进行变换，可去掉波形的部分细节，使得相邻变换结果有较大的增量，以增加辨认度。由于在上升沿、下降沿段和平坦段的转折点附近，运用式（2–6）离散哈尔尺度函数进行变换的结果会发生明显的变化。当相邻变换结果的增量由大变小时，即为上升沿段和平坦段的拐点。反之，当相邻变换结果的增量由小变大时，即为平坦段和下降沿段的拐点。

秤台尺寸越宽，车速越慢，平坦段的波形越为平滑，对应的k 值可取得小些，称重精度较高。反之，秤台尺寸越窄，车速越快，平坦段的波形越为波动，对应的k 值可取得大些，称重精度较低。在车速过高，秤台宽度过短的极端情况下，图9 中信号波形中的平坦段可能很窄或消失，这时对应运用（2–5）离散哈尔(Harr) 小波函数的变换结果不能满足|e(i)|<k，可判断为本次称重失败。

5　结语

由于哈尔(Harr) 小波变换的正交性质，保证了在每个位移下对信号的变换是独立的，其对应的变换信息也是独立的，不会互相干扰。

在众多小波函数中，哈尔(Harr) 小波函数是最为简洁的小波函数，其简洁的平均性质有效地解决对实际动态轴重信号因震动等因素引起该信号波形的非单调性导致上升沿、下降沿的辨识困难。从而更加正确地定位实际动态轴重信号的平坦部分，以获得较为精确的轴重重量。

参考文献

[1] 胡广书. 现代信号处理教程（第二版）. 清华大学出版社，2015.

[2] [美] C.Sidney Burrus 等著. 芮国胜等译. 小波与小波变换导论，电子工业出版社，201.

[3] 刘浩，韩晶. MATL ABR2016a 完全自学一本通. 电子工业出版社，2016.

作者简介

王卫民（1959.1.7—），工程师，工学硕士。从事动态称重信号处理研究及动态称重仪表的研发。