

# 解析平行梁称重传感器的力学特性

□中国运载火箭技术研究院第七零二研究所 刘九卿

**【摘要】**平行梁结构的称重传感器，按载荷施加点和支撑方式主要有：一端垂直梁侧面固定，另一端承受外载荷的悬臂平行梁结构；一端在垂直梁底部固定，另一端在辅助梁中心承受外载荷的平行梁结构；带有上、下反对称辅助梁，实现中心承受外载荷的S形平行梁结构。本文分析了以上三种类型平行梁称重传感器的结构特点、力学特性，其力学模型均可视为一个等截面的单跨度刚架，属于三次超静定问题。通过建立上述平行梁结构的力学模型和结构力学的力法方程进行分析与计算。

**【关键词】**称重传感器；弹性元件；平行梁；力学特性；力学模型；力法方程

文献标识码：A 文章编号：1003-1870(2025)01-0005-09

## Analysis on Mechanical Properties of Parallel Beam Load Cell

**Abstract:** According to the load application point and support mode, load cells of parallel beam structure mainly include: a cantilever parallel beam structure with one end fixed on the side of the vertical beam and the other end bearing external load; a parallel beam structure with one end fixed at the bottom of the vertical beam and the other end bearing external load at the center of the auxiliary beam; an S-shaped parallel beam structure with upper and lower anti-symmetrical auxiliary beams to realize external load bearing at the center. In this paper, the structural characteristics and mechanical properties of the above three types of parallel beam load cells are analyzed, and their mechanical models can be regarded as a single-span rigid frame with equal cross section, which belongs to the three-fold statically indeterminate problem. Analysis and calculation are carried out by establishing the mechanical model of the above parallel beam structure and the force method equation of structural mechanics.

**Keywords:** load cell; elastic element; parallel beam; mechanical properties; mechanical model; force method equation

### 概述

为满足商业领域零售商品称重计量用电子计价秤、电子平台秤的需求，美、日等国先后研制出测量弯曲应力的平行梁称重传感器。为满足量程小又要有较大刚度的要求，必须采用弹性模量 $E$ 和密度 $\rho$ 的乘积 $E_p$ 最小的材料，即低弹性模量的铝合金材料。这就保证了铝合金平行梁结构各种类型的称重传感器既有较高的输出灵敏度，又具有较大的刚度，较好地解决了灵敏度和刚度这一对矛盾，为小量程铝合金平行梁结构称重传感器的研制奠定了理论和物质基础。

经过近50年的发展，平行梁称重传感器具有多种结构形式，按弹性元件应变区形状分，有方框平行梁、双孔平行梁、双连孔平行梁、五孔平行梁、

单孔平行梁、错位平行梁等。各种平行梁称重传感器弹性元件的结构形式及电阻应变计在应变梁上的粘贴位置如图1所示。

平行梁称重传感器按所承受外载荷的施加点及支撑方式主要有三种结构类型：其一为一端固定、另一端承受外载荷的悬臂平行梁结构，如图2所示悬臂梁式双连孔平行梁称重传感器。其二为一端垂直梁根部或底部固定，另一端带有辅助梁实现中心承受外载荷的平行梁结构，如图3所示带辅助梁的双连孔平行梁称重传感器。其三为两侧垂直梁分别带有上、下反对称辅助梁，实现中心承受拉伸或压缩载荷的S形平行梁结构，如图4所示S形双连孔平行梁称重传感器。

悬臂式双连孔平行梁称重传感器，其特点是输

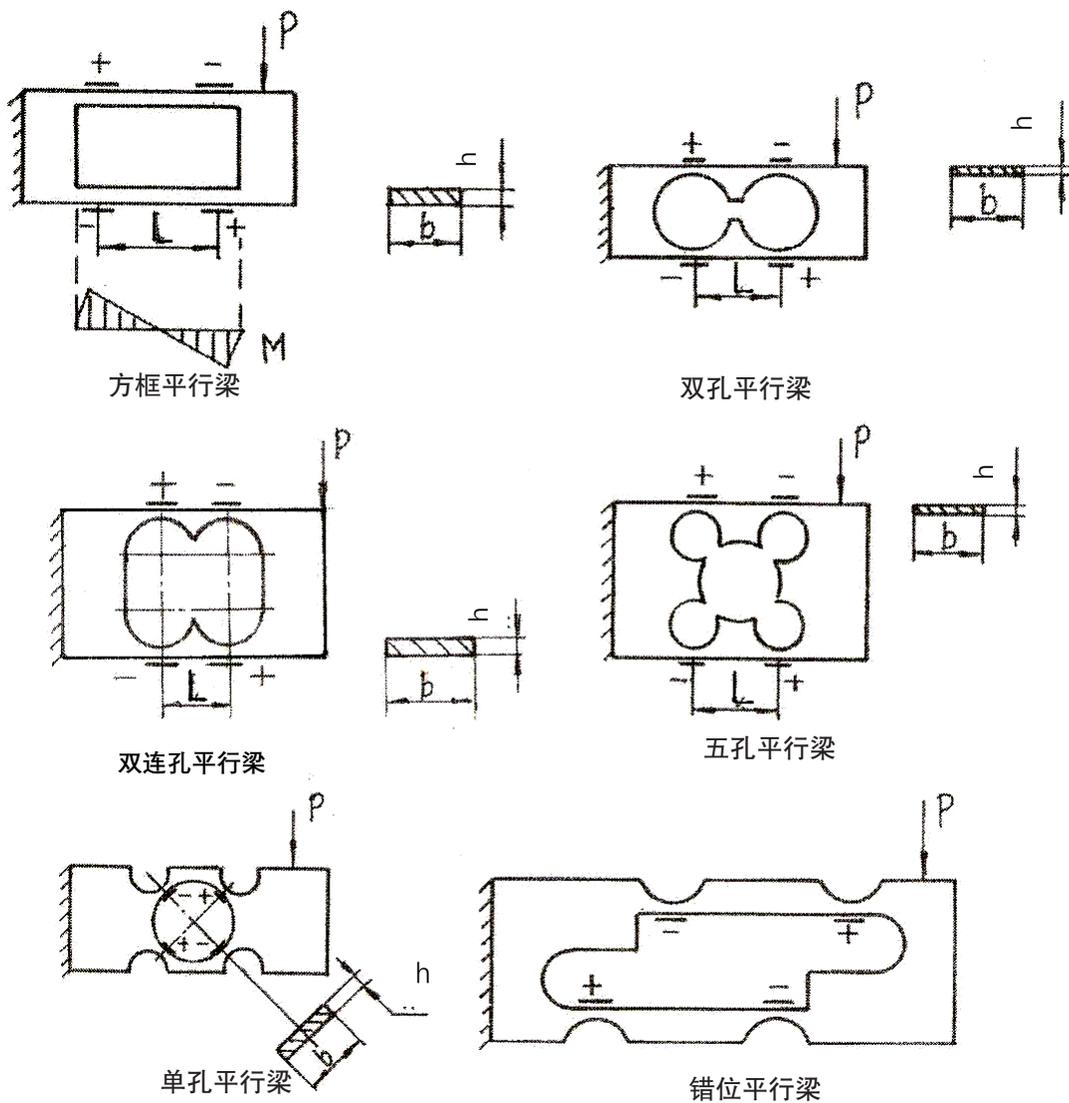


图1 各种平行梁弹性元件结构及电阻应变计粘贴位置

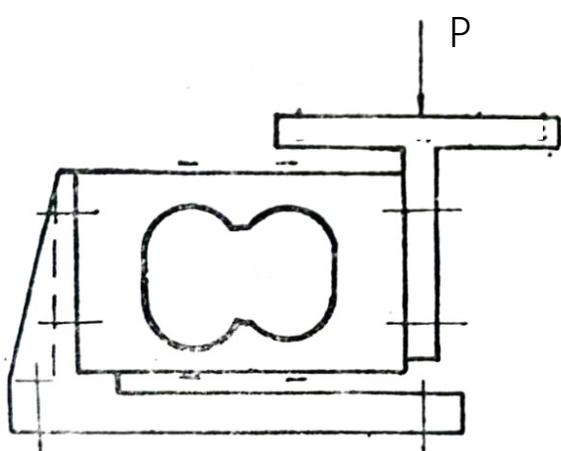


图2 悬臂梁式双连孔平行梁称重传感器

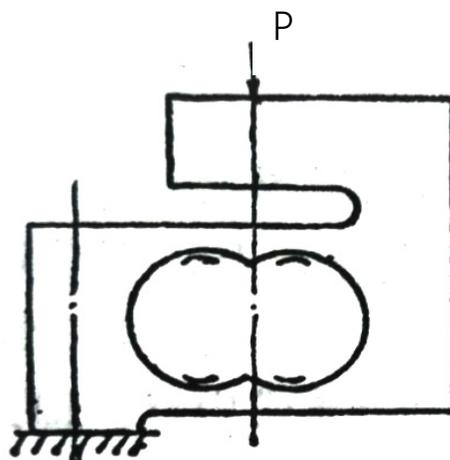


图3 带辅助梁的双连孔平行梁称重传感器

出灵敏度高、弹性元件刚度大，准确度较高均能达到3000分度，而且滞后误差较小，抗侧向、偏心载荷能力强，便于调整四角误差，是电子计价秤、电子平台秤较理想的称重传感器。

在双连孔平行梁弹性元件左侧刚度较大的垂直梁上，加工出两个通孔，通过高强度螺钉将其固定在底座上。在其右侧刚度较大的垂直梁上，加工出带有中心承受外载荷功能的辅助梁，形成承受压向载荷的双连孔平行梁称重传感器。此种结构的特点是，将双连孔平行梁弹性元件的端部加载点，通过辅助梁转移至双连孔的对称轴线上，使加载点远离应变区，既减少了边界效应影响，又便于实现中心加载，扩大了应用范围。

在双连孔平行梁弹性元件的两端刚度较大的垂直梁上，各加工出上、下反对称的辅助梁，再在各辅助梁的中心加工出内螺纹，用于对弹性元件施加通过中心线的拉向或压向载荷，如有需要也可以实现反对称加载，即同时测量拉伸、压缩双向加载。此种结构的其突出特点是，结构紧凑、体积小、重量轻、灵敏度高、刚度较大。利用线切割加工形成的上、下反对称辅助梁与弹性元件的间隙，可以实现过载保护，如图4所示，是小型电子吊秤比较理想的称重传感器。

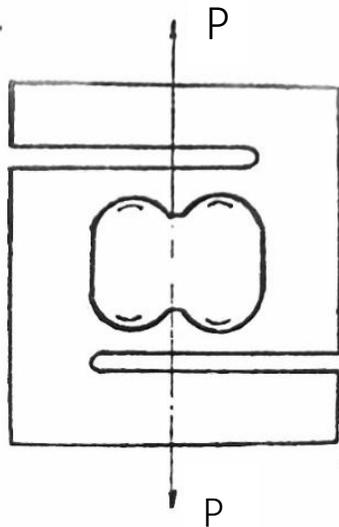


图4 S形双连孔平行梁称重传感器

### 1 平行梁称重传感器的不变弯矩原理

平行梁称重传感器弹性元件是由两个平行梁和

两个垂直梁组成的整体长方框形结构，要求两个垂直梁要有较大的刚度，保证上、下平行梁受载后根部扭转角为零，使平行梁产生如同平行四边形的变形，上、下平行梁应变区出现拉伸、压缩对称成双的弯曲应力、弯曲应变，以满足组成惠斯通电桥电路的需要。平行梁结构弹性元件受载后的变形示意图如图5所示。单轴电阻应变计粘贴在弹性元件每个圆孔的上、下平行梁表面。在外载荷P作用下，电阻应变计 $T_1$ 、 $T_2$ 测量的是正弯曲应变；电阻应变计 $C_1$ 、 $C_2$ 测量的是负弯曲应变。

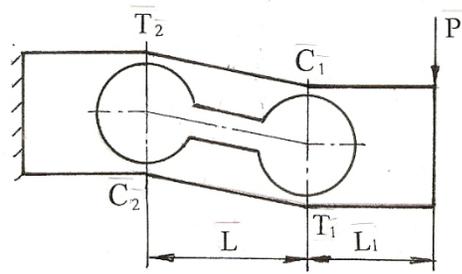


图5 平行梁弹性元件受载变形示意图

电阻应变计 $T_1$ 、 $C_1$ 测得的应变计值，正比于载荷P在此截面引起的弯矩 $M_1$ ，即：

$$M_1=L_1P$$

同理，电阻应变计 $T_2$ 、 $C_2$ 测得的应变计值，正比于载荷P在此截面引起的弯矩 $M_2$ ，即：

$$M_2=(L_1+L)P$$

平行梁弹性元件两个应变截面的弯矩差为：

$$M_2 - M_1 = (L_1+L)P - L_1P = LP$$

上述公式即为平行梁弹性元件的力学特性，也称之为不变弯矩原理，其意义是：

(1) 由于 I、II 截面的弯矩差为LP，说明平行梁弹性元件的输出与 $L_1$ 无关，即输出对加载点的变化不敏感，只与应变区两个应变截面的距离L有关。

(2) 当平行梁弹性元件的垂直梁与平行梁刚度比大于50时，载荷P处只发生垂直位移，即加载点所在平面受载后平行下移，四个电阻应变计所在应变区呈平行四边形变化。

(3) 两个应变截面的距离L，是弹性元件四片电阻应变计组成惠斯通电桥输出的放大系数，即L大电桥输出值就高。

(4) 双孔平行梁弹性元件同时承受拉伸、压缩

载荷先后作用时，输出灵敏度一致性好，即正应力的平行梁弹性元件具有剪应力弹性元件应变一致性的特点。

## 2 悬臂双连孔平行梁称重传感器（图2）的力学模型与理论计算

### 2.1 悬臂双孔平行梁称重传感器的力学模型与理论计算

悬臂双孔平行梁弹性元件，由于具有刚度很大的垂直梁和刚度较小的平行应变梁，在进行力学分析和理论计算时，均可以视为结构力学中一个等截面的单跨度刚架，属于三次超静定问题，应用结构力学中的力法方程来求解。为便于分析和理论计算，将上述各种平行梁结构的弹性元件均简化为方框平行梁结构，使其接近于结构力学中的一个超静定刚架，其力学模型如图6所示。

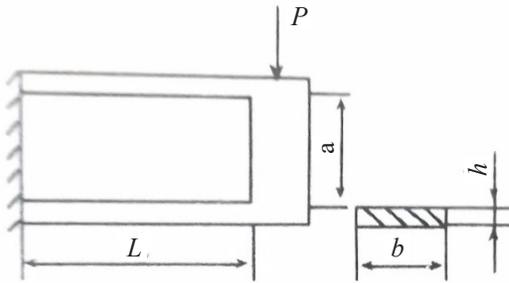


图6 平行梁弹性元件的力学模型

因为在刚架计算中通常可以忽略轴力和剪力对变形的影响，仅求刚架结构的弯矩即可，所以力学模型又可以进一步简化为一个反对称载荷作用的刚架，简化后平行梁弹性元件的力学模型如图7所示。

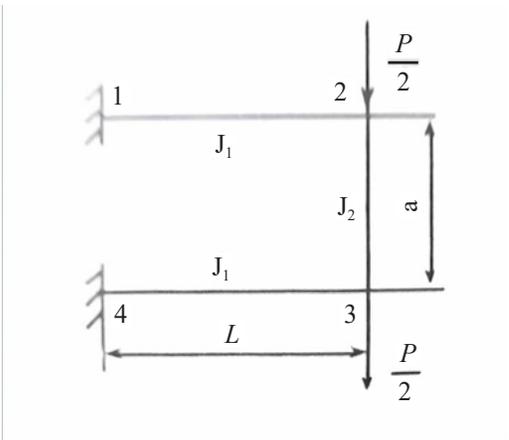


图7 简化后的力学模型

将受反对称载荷作用的刚架沿水平对称轴切开，这时多余未知力包括三对力，即一对剪力 $X_1$ ，一对轴力 $X_2$ ，一对弯矩 $X_3$ ，多余未知力如图8所示。

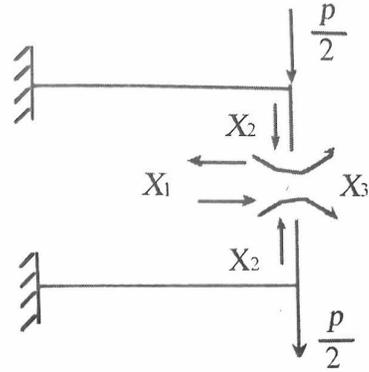


图8 多余未知力图

根据结构力学反对称结构中对称的外力为零的理论，因轴力 $X_2$ ，弯矩 $X_3$ 都是对称的，所以应应为零，只有反对称的未知力 $X_1$ 存在，其力法方程为：

$$\delta_{11} + \Delta_{1p} = 0 \quad (1)$$

基本体系在载荷 $P$ 作用下的弯矩图如图9所示，单位未知力 $X_1$ 作用下的弯矩图如图10所示。

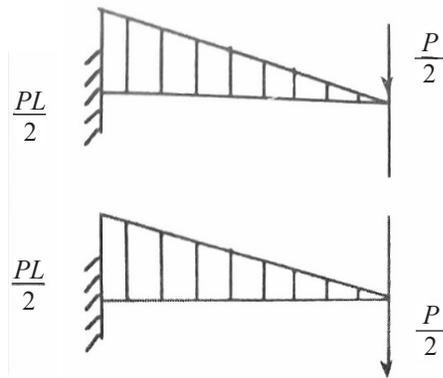


图9 P力作用下的弯矩图

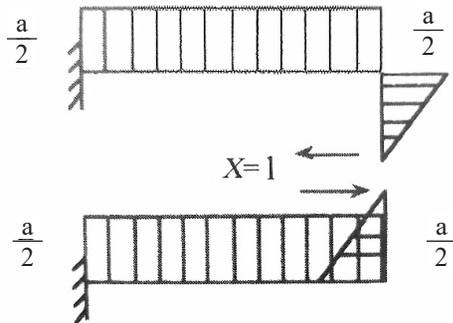


图10  $X_1$ 力作用下的弯矩图

利用图乘法求力法方程系数  $\delta_{11}$ 、 $\Delta_{1p}$ :

$$\Delta_{1p} = 2 \left( \frac{1}{2} \cdot \frac{PL}{2} \cdot L \right) \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{EJ_1} = \frac{PL^2 a}{4EJ_1} \quad (2)$$

$$\delta_{11} = 2 \left[ \left( \frac{a}{2} L \right) \frac{a}{2} \cdot \frac{1}{EJ_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} \right] \frac{1}{EJ_2} = \frac{La^2}{2EJ_1} + \frac{a^3}{12EJ_2} \quad (3)$$

式(2)(3)中的  $EJ_1$  和  $EJ_2$  分别为平行梁和垂直梁的抗弯刚度。

将式(2)(3)代入力法方程式(1)中,并令抗弯刚度比

$$\frac{J_2 L}{J_1 a} = K$$

则

$$X_1 = \frac{\Delta_{1p}}{\delta_{11}} = - \frac{\frac{PL^2 a}{4EJ_1}}{\frac{La^2}{2EJ_1} + \frac{a^3}{12EJ_2}}$$

将上式分子、分母同乘以  $\frac{J_2}{a^2}$ , 得:

$$X_1 = \frac{\frac{PL}{4a} \cdot K}{\frac{K}{2} + \frac{1}{12}} = - \frac{PL}{2a} \cdot \frac{K}{K + \frac{1}{6}} = - \frac{6K}{6K + 1} \cdot \frac{PL}{2a}$$

应用力的叠加原理,可以求出平行梁弹性元件的总弯矩:

$$M_2 = M_3 = X_1 \frac{a}{2} = - \frac{6K}{6K + 1} \cdot \frac{PL}{4} \quad (4)$$

$$M_1 = M_4 = - \frac{6K}{6K + 1} \cdot \frac{PL}{4} + \frac{PL}{2} \left( \frac{-6K}{6K + 1} + 2 \right) \frac{PL}{4} = \frac{6K + 2}{6K + 1} \cdot \frac{PL}{4} \quad (5)$$

平行梁弹性元件的弯矩图如图11所示。

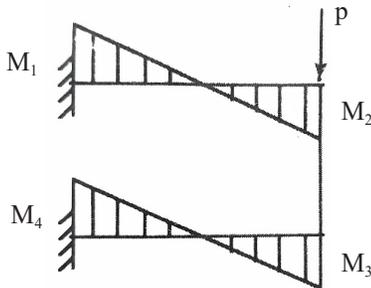


图11 平行梁弹性元件的弯矩图

由平行梁弹性元件弯矩图可以看出,在刚度比  $K$  值不是很大的情况下,上、下平行梁弯矩的零点在靠近加载点一侧变动。当垂直梁的  $J_2$  比平行梁的  $J_1$  大

很多时,也就是刚度比  $K$  值很大时,平行梁上弯矩的零点趋于中点,即:

$$M_1 = M_4 = \frac{PL}{4} \quad (6)$$

$$M_2 = M_3 = - \frac{PL}{4} \quad (7)$$

根据这一结论,当  $K=50$  时按上式进行计算,得

$$M_1 - M_2 = 0.0066 \frac{PL}{4}$$

这样小的差值,在工程上完全可以认为弯矩的零点就是平行梁的中点。其弯曲应力、弯曲应变为:

$$\sigma_{\max} = \frac{M}{W} = \frac{\frac{PL}{4}}{\frac{bh^2}{6}} = \frac{3PL}{2bh^2} \quad (8)$$

$$\epsilon_{\max} = \frac{\sigma_{\max}}{E} = \frac{3PL}{2bh^2 E} \quad (9)$$

输出灵敏度为:

$$S = \frac{3KPL}{2bh^2 E} \times 10^3 \quad (10)$$

## 2.2 悬臂双孔平行梁弹性元件加载点偏离时的力学分析与理论计算

图2所示的平行梁称重传感器在组装电子计价秤时,加力点不一定在图中的中点A,可能在B点或C点。这时作用在平行梁弹性元件上的是一个集中力和力矩  $M$ ,其力学模型如图12(a)所示,弯矩图如图12(b)所示。

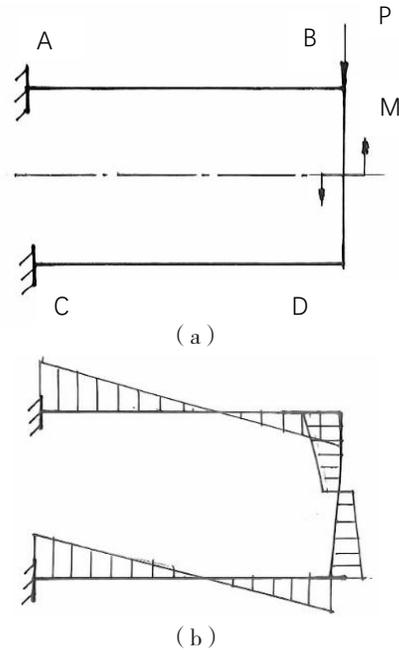


图12 受弯矩作用弹性元件的力学模型和弯矩图

根据力的叠加原理，可以分别求出力P和力矩M单独作用在平行梁弹性元件上的弯矩，最后进行叠加求出总弯矩。力P作用下的弯矩在上一节已经求出，现在只需求力矩M作用时，弹性元件上的弯矩即可。

力矩M可以分解为反对称力矩 $\frac{M}{2} = \frac{PL}{2}$ ，如图13(a)所示，其弯矩图如图13(b)所示。

同理可知，在对称刚架上作用一组反对称的力时，在刚架对称轴线截面上的对称内力 $X_2$ 和 $X_3$ 为零，仅存在反对称内力 $X_1$ ，其内力与弯矩图如图13(c)所示。其力法方程式为：

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0 \quad (11)$$

用图乘法从图9(b)(c)中求出力法方程式的系数：

$$\delta_{11} = \frac{a^2L}{2EJ_1} \left(1 + \frac{1}{6K}\right)$$

$$\Delta_{1P} = -\frac{aLM}{2EJ_1} \left(1 + \frac{1}{4K}\right)$$

将以上两系数代入式(11)，即可求出内力 $X_1$ 为：

$$X_1 = -\frac{M}{a} \cdot \frac{3(4K+1)}{2(6K+1)}$$

根据力的叠加原理求出弹性元件弯矩图，如图13(d)所示。

$$M_A = M_B = -\frac{M}{2} \cdot \frac{1}{12K+2} \quad (12)$$

$$M_C = M_D = \frac{M}{2} \cdot \frac{1}{12K+2} \quad (13)$$

通常弹性元件垂直梁的刚度 $J_2$ 远大于平行梁的刚度 $J_1$ ，即K值一般都很大，当 $K = \infty$ 时，则

$$M_A = M_B = M_C = M_D = 0$$

表示外力矩M全部由垂直梁承受，平行力上的弯矩为零。

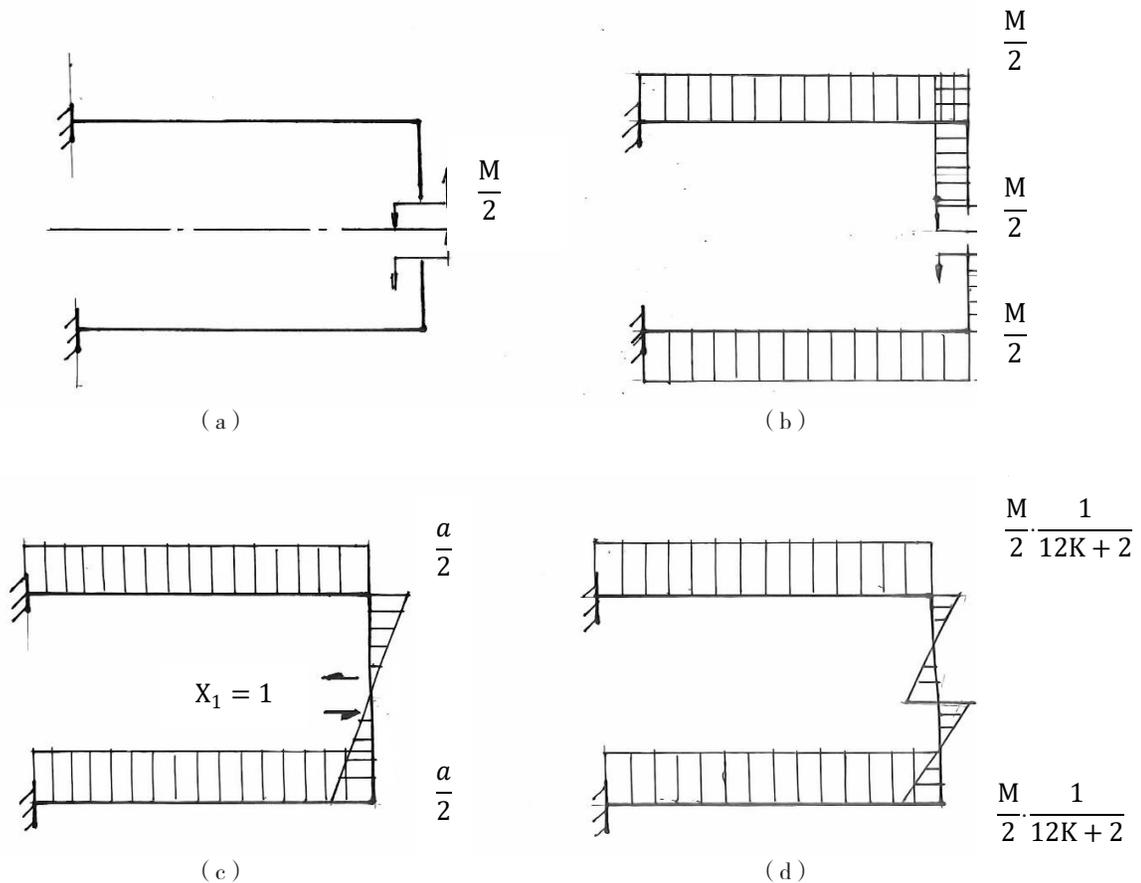


图13 反对称弯矩图

将式(4)(5)和式(12)(13)相加即可得到弹性元件同时受力和力矩作用时的总弯矩,见图12(b)所示。弹性元件各点的弯矩为:

$$M_A = -\frac{PL}{2} \left( \frac{3K+1}{6K+1} \right) - \frac{M}{2} \cdot \frac{1}{12K+2} \quad (14)$$

$$M_B = \frac{PL}{2} \left( \frac{3K}{6K+1} \right) - \frac{M}{2} \cdot \frac{1}{12K+2}$$

当 $K = \infty$ 时,弹性元件各点的弯矩为:

$$M_C = -\frac{PL}{2} \left( \frac{3K}{6K+1} \right) + \frac{M}{2} \cdot \frac{1}{12K+2}$$

$$M_D = \frac{PL}{2} \left( \frac{3K+1}{6K+1} \right) + \frac{M}{2} \cdot \frac{1}{12K+2} \quad (15)$$

此计算结果与图2平行梁弹性元件中心加载时各点所承受的弯矩相同,说明当垂直梁的刚度 $J_2$ 远远大于 $J_1$ 时,外力矩的作用不影响上、下平行梁的弯矩图。由此可以得出:双孔平行梁弹性元件承受偏心载荷时,不影响平行梁应变区的应变与载荷成线性关系,即用其组装电子平台秤时,不受被称量物体放置位置的影响。

带辅助梁的双孔平行梁称重传感器如图3所示。其弹性元件一端固定,另一端通过辅助梁实现中心承载,其力学模型为一端固支,另一端将力转移至刚架横梁端点,变成了力 $P$ 加力矩 $M$ 作用的刚架,按上述分析方法进行理论计算,可以得出与悬臂平行梁弹性元件相同的计算结果,就不进行推导了。

### 3 S形平行梁称重传感器的力学模型与理论计算

S形称重传感器的弹性元件(如图4所示),实际上就是带有上、下反对称辅助梁的平行梁结构,通过上、下反对称辅助梁施加拉伸或压缩载荷,如有需要也可以同时测量拉伸、压缩双向载荷。

为便于分析和简化计算,仍然将其弹性元件简化为方框平行梁结构,在弹性元件上、下辅助梁上,分别作用反对称的弯矩 $M$ 和力 $P$ ,其力学模型如同结构力学中的闭口刚架,如图14所示。

将图14所示闭口刚架在横梁 $AB$ 中点切开,这时刚架多余未知力包括三对力,即一对剪力 $X_1$ ,一对轴力 $X_2$ ,一对弯矩 $X_3$ ,剪力 $X_1$ 的弯矩图如图15所示,轴力 $X_2$ 的弯矩图如图16所示,弯矩 $X_3$ 的弯矩图如图17所示。

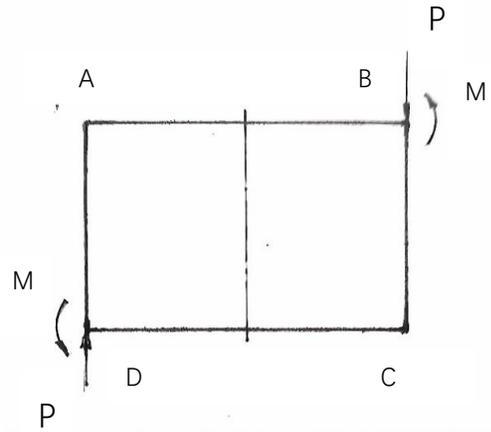


图14 方框平行梁结构力学模型

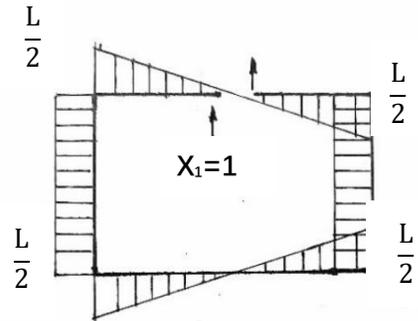


图15 剪力 $X_1$ 弯矩图

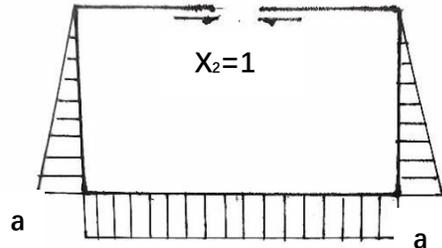


图16 轴力 $X_2$ 弯矩图

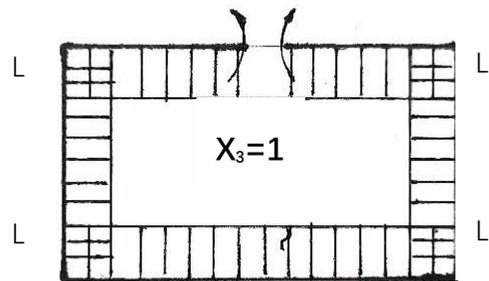


图17 弯矩 $X_3$ 弯矩图

力学模型中弯矩作用下的弯矩图如图18所示。

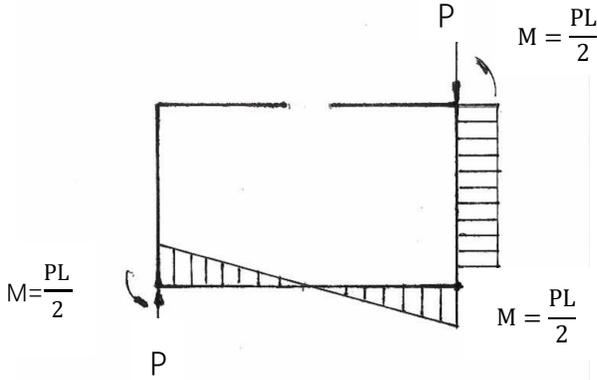


图18 弯矩  $M = \frac{PL}{2}$  作用下的弯矩图

对于结构对称的刚架，反对称的内力为零，因此可知  $\delta_{12} = \delta_{21} = 0$ ，则力法方程可以简化为：

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1P} = 0$$

$$\delta_{22}X_2 + \delta_{23}X_3 + \Delta_{2P} = 0$$

$$\delta_{32}X_2 + \delta_{33}X_3 + \Delta_{3P} = 0 \quad (16)$$

利用图10中 (b) (c) (d) 和 (e) 的弯矩图进行图乘法运算，求出力法方程 (16) 的各系数为：

$$\delta_{11} = \frac{aL^2}{2EJ_2} + \frac{L^3}{6EJ_1}$$

$$\delta_{22} = \frac{2a^3}{3EJ_2} + \frac{a^2L}{EJ_1}$$

$$\delta_{33} = \frac{2a}{EJ_2} + \frac{2L}{EJ_1}$$

$$\delta_{23} = \delta_{32} = -\left(\frac{a^2}{EJ_2} + \frac{La}{EJ_1}\right)$$

$$\Delta_{1P} = -\left(\frac{PL^2a}{4EJ_2} + \frac{PL^3}{12EJ_1}\right)$$

$$\Delta_{2P} = \frac{PLa^2}{4EJ_2}$$

$$\Delta_{3P} = -\frac{PLa}{2EJ_2}$$

将上述各系数代入力法方程式 (16) 中，并令  $K = \frac{J_2L}{J_1a}$ ，经计算整理得：

$$\frac{L^3}{2EJ_1}\left(\frac{1}{K} + \frac{1}{3}\right)X_1 - \frac{PL^3}{4EJ_1}\left(\frac{1}{K} + \frac{1}{3}\right) = 0$$

$$\frac{a^2L}{EJ_1}\left(\frac{2}{3K} + 1\right)X_2 - \frac{aL}{EJ_1}\left(\frac{1}{K} + 1\right)X_3 + \frac{PL^2a}{4EJ_1K} = 0$$

$$-\frac{aL}{EJ_1}\left(\frac{1}{K} + 1\right)X_2 + \frac{2L}{EJ_1}\left(\frac{1}{K} + 1\right)X_3 - \frac{PL^2}{2EJ_1K} = 0 \quad (17)$$

解此方程组得：

$$X_1 = \frac{P}{2}$$

$$X_2 = 0$$

$$X_3 = \frac{PL}{4} \cdot \frac{1}{K+1} \quad (18)$$

求出内力  $X_1$ 、 $X_2$  和  $X_3$  后，根据力的叠加原理即可求出刚架即平行梁结构弹性元件的总弯矩，如图19所示。

$$M_A = -\frac{1}{4}PL + \frac{PL}{4} \cdot \frac{1}{K+1}$$

$$M_B = \frac{1}{4}PL + \frac{PL}{4} \cdot \frac{1}{K+1}$$

$$M_C = -\frac{1}{4}PL + \frac{PL}{4} \cdot \frac{1}{K+1}$$

$$M_D = \frac{1}{4}PL + \frac{PL}{4} \cdot \frac{1}{K+1} \quad (19)$$

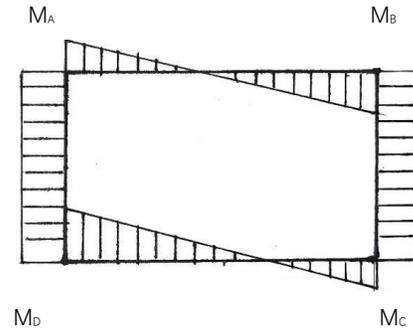


图19 平行梁弹性元件总弯矩图

从 (19) 式可以看出，当  $K = \infty$  时，

$$M_A = M_C = -\frac{PL}{4}$$

$$M_B = M_D = \frac{PL}{4} \quad (20)$$

以上S形平行梁弹性元件计算结果与悬臂平行梁弹性元件计算结果完全相同，说明不管哪一种结构的平行梁弹性元件，只要垂直梁与平行梁的刚度比  $K$  足够大，平行梁弯矩的零点趋于中点，其弯矩的计

算方法相同。

#### 4 结语

根据上述力学分析和理论计算结果，可以得出如下结论：

(1) 上述推导的计算公式，无论是等截面的方框平行梁弹性元件，还是变截面的双孔平行梁弹性元件、S形平行梁弹性元件，均可适用。只是需要根据平行梁应变区情况，选择不同基长的电阻应变计即可。

(2) 悬臂式平行梁弹性元件、带辅助梁的平行梁弹性元件和S形平行梁弹性元件，有不同的计算简图，得到不同形式的弯矩图。这说明在一般情况下（当K值较小时），需要按计算简图进行计算才能得到比较精确的结果。由于各种平行梁结构的弹性元件的K值都比较大（一般都能达到 $K \geq 50$ ），在外力作用下弯矩为零的点趋于平行梁的中点，其平行梁弯矩图如图11所示。说明各种平行梁弹性元件结构应变区的拉应变与压应变基本相等，称重传感器的灵敏度高、线性好。

(3) 无论K为何值，不管哪种平行梁结构，外力矩产生的弯矩可以通过合理组焊惠斯通电桥电路加以消除，表明电桥输出只与载荷P成线性关系，这正是设计称重传感器所需要的。

综上所述，无论哪一种平行梁结构的称重传感器，均具有灵敏度大、准确度高、抗偏心、侧向载荷能力强、便于调整四角误差等特点，是电子计价秤、电子平台秤、小型电子吊钩秤较为理想的称重传感器。

#### 参考文献

[1] K.E.CHATTERS (美国). (张宏民译). 高精度低容量不变弯矩荷重传感器的性能与应用. 应力-应变测量技术学术交流会议论文资料.

[2] Rob Woodwatd, Strain Gage Technology Moves Forward-1, Digital Load Cell Gain Acceptance, Weighing and Measurement, August 01.

[3] 龙驭球. 结构力学 I ——基本教程. 高等教育出版社, 2006年12月.

[4] 刘九卿. 电阻应变式称重传感器. 中国衡器协会专业技术培训教材, 2006年.

#### 作者简介

刘九卿(1937—)，男，辽宁省沈阳市，1960年毕业于吉林工业大学（现吉林大学）。中国航天科技集团有限公司下属中国运载火箭技术研究院第七零二研究所研究员，享受国务院政府特殊津贴专家。现为中国衡器协会发展战略咨询委员会委员、衡器技术专家委员会顾问，《衡器》杂志编委。编著《电阻应变式称重传感器》《国家职业资格培训教程—称重传感器装配调试工》，在相关计量技术杂志上共发表学术论文150多篇。