

带有弓形翼板的弹性体截面参数的简易计算方法

□徐国欣

【摘要】本文介绍一种能达到设计精度要求的带有弓形翼板的弹性体承力截面参数的简易计算方法，从而可利用工字形截面的腹板中最大剪应力的计算公式来计算称重传感器应变部位的剪应力。

【关键词】弓形截面；工字形截面；惯矩

文献标识码：A 文章编号：1003-1870（2025）11-0010-03

Simple Calculation Method for Section Parameters of Elastic Body with Bow-shaped Flange

【Abstract】For the load-bearing section parameters of an elastic body with a bow-shaped flange, a simple calculation method that can meet the design accuracy requirements is introduced in this paper, so that the shear stress in the strain area of the load cell can be calculated by using the calculation formula for the maximum shear stress in the web of an I-shaped section.

【Keywords】bow-shaped section; I-shaped section; moment of inertia

引言

通过车床加工生产的称重传感器的承力截面的翼板中常会出现弓形，例如轴销式称重传感器^[1]就存在这种情况。由于称重传感器腹板中最大剪应力的计算通常使用工字形截面的腹板中最大剪应力的计算公式，因此必须先把这类称重传感器截面中的弓形部分转换成矩形，使之成为工字形截面。目前常用的转换方法是先计算弓形截面的惯矩，再把它当作工字形截面惯矩，转换计算与弓形等宽的工字形截面翼板中矩形的高度。但弓形截面惯矩的计算步骤多且公式繁复，本文介绍由笔者对许多弓形截面惯矩的计算并转换后，归纳得出的一种方便而实用的计算方法。

图1是一个由车床加工又经铣床铣扁再加工盲孔而成的剪切式称重传感器弹性体的承力截面图，要计算其腹板中最大剪应力，就必须计算出此截面的惯矩。

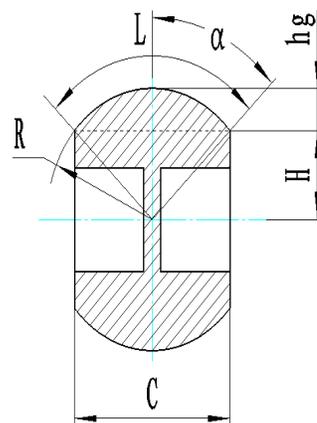


图1 传感器承力截面图

1 常用的弓形截面惯矩和向工字形截面转换的计算方法

由图1可知，该称重传感器承力截面并不是常规

的工字形截面。由于组合截面的惯矩可看成是各个分截面对同一轴的惯矩之和，因此，把图1 承力截面中的翼板看成弓形和矩形的组合，矩形截面的惯矩的计算简单方便，但弓形截面惯矩的计算却十分繁复。

下面通过一个实例，先介绍对弓形截面惯矩的常用计算方法，公式及原理见参考文献^{[2][3]}。

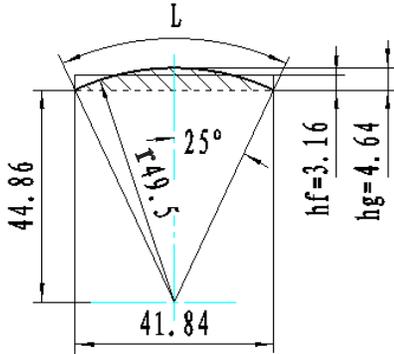


图2 弓形截面惯矩计算

例1 已知图2 弓形截面的圆弧半径为49.5mm，弓宽41.84mm，求此弓形截面对形心轴的惯矩

令H 为弓形所在圆心到弓形直线边的距离，由 $49.5^2 - 20.92^2 = H^2$ 得 $H = 44.86\text{mm}$

$$\text{由 } \sin\alpha = \frac{20.92}{49.5} = 0.4226 \text{ 得 } \alpha = 25^\circ$$

即该圆弧所对圆心角为 $2\alpha = 50^\circ$

$$\text{弧长 } L = 99\pi \times \frac{50}{360} = 43.175\text{mm}$$

已知圆弧半径 $r = 49.5$

$$\begin{aligned} \text{惯矩 } I_g &= \frac{L \times r^3}{8} - \frac{r^4}{16} \times \sin 4\alpha \\ &= \frac{43.175 \times 49.5^3}{8} - \frac{49.5^4}{16} \times \sin 100^\circ = 285041 \end{aligned}$$

弓形截面向与弓形等宽的矩形截面的转换计算:

在图3 中令转换后的矩形高 $h_f = 2X$ ，则该矩形的面积为 $2X \times C$ ，矩形的形心到整个截面的形心轴的距离为 $H + X$ ，该矩形对形心轴的惯矩 $I_f = \frac{C \times (2X)^3}{12} + 2X \times C \times (H + X)^2$ 。

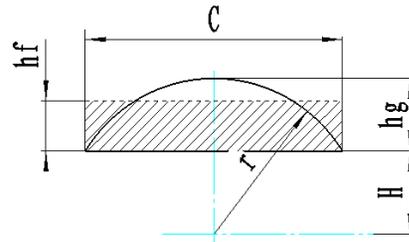


图3 弓形向矩形的转换

令 $I_f = I_g$ 可算出X 的值，从而得到等效转换的矩形的高 $2X$ 。

$$\begin{aligned} \text{代入图2 参数得转换后的矩形惯矩 } & \frac{41.84 \times 8 \times X^3}{12} \\ = & + 2X \times 41.84 \times (44.86 + X)^2 \end{aligned}$$

令其等于弓形截面的惯矩285041

$$\text{化简为 } 111.57x^3 + 7507.77x^2 + 168399x = 285041$$

插入计算得 $X = 1.58\text{mm}$ 即转换后的工字截面的翼板高 3.16mm

2 弓形截面惯矩的简易计算方法

笔者曾进行过许多例弓形截面惯矩的计算，并把计算所得的弓形截面惯矩等效转变为与弓形等宽的矩形，再计算得到被转换矩形的高 h_f ，令 $k = \frac{h_f}{h_g}$ ，式中 h_g 为弓高，当把不同弓形截面通过上述计算所得的k 值按从小到大的规律排列之后发现k 值的变化有如下规律：

k 值随圆心角变化而变化，相同圆弧半径，圆心角 2α 越大则k 值也越大。而当圆心角 2α 不变仅变化圆弧半径r 时k 值几乎没变。

表中列举了10 个有代表性的k 值计算数据。

表中 $P = \frac{h_g}{r} = \frac{r - r \times \cos\alpha}{r} = 1 - \cos\alpha$ (式中 h_g 为弓高，r 为圆弧半径)，从式中可知P 值仅是半圆心角 α 的函数。从表中可见，当P 从8% 到50% 变化时，k 值从67.5% 到75.2% 变化。因此只要从已知弓形参数求出P 值，在表中插入计算，即可得到k 值，k 值乘以弓高就得到了等效转换后的矩形高。

表 从惯矩的角度把弓形向矩形转换的P与k值表

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$P = \frac{\text{弓形高}}{\text{弧半径}} (\%)$	8	11	15	19.5	23.4	29.3	36	37.5	42	50
$k = \frac{\text{矩形高}}{\text{弓形高}} (\%)$	67.5	68.2	68.9	69.8	70.2	71.3	72.4	73	74.1	75.2

例1中, $P = \frac{49.5 - 44.86}{49.5} = 9.37\%$ (见图2) 查表插入计算得 $k = 67.82\%$, $4.64 \times 67.82\% = 3.15\text{mm}$

即弓形可等效转换成宽41.84mm 高3.15mm 的矩形, 与例1中通过常规公式繁复计算后的结果非常接近。

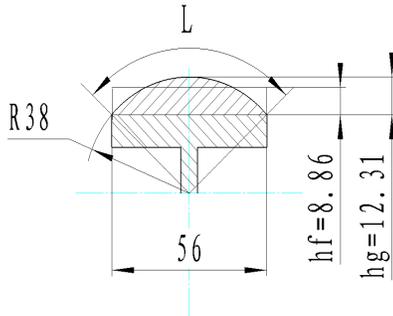


图4 例2弓形截面

3 弓形截面向矩形截面转换的简易计算实例

例2 把图4所示弓形截面转换成矩形截面

$$\text{由 } 38^2 - 28^2 = H^2 H = 25.69\text{mm}$$

$$h_g = 38 - 25.69 = 12.31\text{mm}$$

$$P = \frac{12.31}{38} = 0.324 \text{ 查上页表得 } k = 72\%$$

$$12.31 \times 72\% = 8.86\text{mm}$$

即该弓形可等效转换为与其等宽的高度为8.86mm 的矩形。

例3 一个轴销式传感器的计算实例

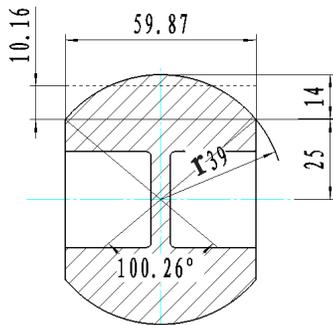


图5 轴销式传感器的承力截面图

图5是一个轴销式称重传感器的承力截面图, 要计算腹板中最大剪应力就必须把截面中的弓形转换成矩形。下面分别列出常用和简易两种计算过程作比较。

(1) 常用算法 (公式参见参考文献^{[2][3]})

由图5可知, 该截面弓形部分的参数为: 弧半径39mm, 弓高14mm, 弓宽59.87mm, 设该弓形所对圆心角为 α , 计算可得圆心角为 100.26° , 弓形弧长 $L = 7$

$$8\pi \times \frac{100.26}{360} = 68.21\text{mm}$$

弓形对形心轴的惯矩

$$I_g = \frac{l \times r^3}{8} - \frac{r^4}{16} \sin 2\alpha = \frac{68.21 \times 39^3}{8} - \frac{39^4}{16} \times \sin(2 \times 100.26) = 556452(\text{mm}^4)$$

设该弓形转换成宽59.87mm, 高2X 的矩形, 则矩形中心到形心轴的距离为 $25+X$, 该矩形对形心轴的惯矩

$$I_j = \frac{59.87 \times (2x)^3}{12} + 2X \times 59.87 \times (25+X)^2$$

令 $I_g = I_j$ 得 $X = 5.08\text{mm}$, 即弓形转换后的矩形高为10.16mm。

(2) 简易算法

由图5可知, 该弓形的半径为39, 弓高14, $P = \frac{14}{39} = 0.359$, 由表插入计算得 $k = 0.7238$

得等效转换的矩形高 $0.7238 \times 14 = 10.133\text{mm}$, 与常规算法基本相等, 但相比计算过程简易算法确实太方便了。

4 结语

本文用实例介绍了由笔者通过对许多弓形截面惯矩的计算后所归纳出来对带有弓形翼板的弹性体承力截面参数的简易转换计算方法, 使之把弓形截面转换成工字形截面, 从而可直接利用工字形截面的腹板中最大剪应力的计算公式计算称重传感器应变部位的剪应力。该方法把繁复的转换计算变得十分简单, 且其计算精度可以满足一般的设计要求, 值得推广应用。

参考文献

- [1] 徐国欣. 用三线法设计计算轴销剪切式称重传感器. 衡器, 2024年第11期.
- [2] 闻邦椿. 机械设计手册(第一卷) 2017.12. 机械工业出版社, ISBN-978-7-111-58341-7.
- [3] 成大先. 机械设计手册(第一卷) 2007.11. 化学工业出版社, ISBN-978-7-122-01408-5.

作者简介

徐国欣, 男, 汉族, 浙江余姚, 工程师。机械专业毕业, 曾任余姚传感器厂技术科长, 长期从事电阻应变式传感器和智能仪表的设计制造工作。